

Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Gleichungssysteme und Matrizen	9
1.1	Lineare Gleichungssysteme	9
1.2	Matrizen	12
1.3	Elementare Umformungen und Zeilenstufenformen	13
1.4	Das GAUSS- und GAUSS-JORDAN-Verfahren	16
1.5	Mehr über Matrizen	22
1.6	Operationen mit Matrizen	24
1.7	Die Matrixform eines linearen Gleichungssystems	37
1.8	Lösen quadratischer Systeme durch Matrixinvertierung	37
1.9	Weitere Bemerkungen und Hinweise	44
2	Vektoren in der Ebene und im Raum	47
2.1	Geometrische Vektoren	47
2.2	Vektoren in Koordinatensystemen	51
2.3	Rechenregeln für Vektoren in Koordinatendarstellung	56
2.4	Die Länge von Vektoren	56
2.5	Das Skalarprodukt	59
2.6	Das Kreuzprodukt	66
2.7	Weitere Bemerkungen und Hinweise	70
3	Analytische Geometrie von Geraden und Ebenen	73
3.1	Darstellungen von Geraden	73
3.2	Darstellungen von Ebenen	75
3.3	Weitere Bemerkungen und Hinweise	82
4	Reelle Vektorräume und Unterräume	84
4.1	Die Vektorraum-Definition	84
4.2	Der Vektorraum \mathbf{R}^n	86
4.3	Weitere Beispiele von reellen Vektorräumen	88
4.4	Untervektorräume	89
4.5	Der Nullraum einer Matrix	91
4.6	Linearkombinationen	93
4.7	Die vier Fundamentalräume einer Matrix	97

4.8	Der Spaltenraum und lineare Systeme	98
4.9	Lineare Unabhängigkeit	100
4.10	Basis und Dimension	101
4.11	Die Struktur der Lösungsmenge von $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$	105
4.12	Basen des Zeilen-, Spalten- und Nullraumes einer Matrix	108
4.13	Die Dimensionen der vier Fundamentalräume	111
4.14	Der Euklidische Vektorraum \mathbf{R}^n	114
4.15	Die Orthogonalität der vier Fundamentalräume	116
4.16	Orthogonale Projektionen	117
4.17	Lineare Ausgleichsrechnung	123
4.18	Orthogonal- und Orthonormalbasen	127
4.19	Weitere Bemerkungen und Hinweise	133
5	Determinanten	139
5.1	Die Determinante einer $(2, 2)$ -Matrix	139
5.2	Verallgemeinerung auf (n, n) -Matrizen	141
5.3	Determinanten und lineare Systeme	144
5.4	Weitere Bemerkungen und Hinweise	149
6	Eigenwerte und Eigenvektoren	151
6.1	Wie berechnet man Eigenwerte und Eigenvektoren?	152
6.2	Diagonalisierung einer Matrix	157
6.3	Orthogonale Matrizen	162
6.4	Diagonalisierung mit orthogonalen Matrizen	166
6.5	Weitere Bemerkungen und Hinweise	170
7	Lineare Abbildungen und Matrizen	171
7.1	Lineare Abbildungen von \mathbf{R}^n nach \mathbf{R}^m	171
7.2	Beispiele linearer Abbildungen	175
7.3	Weitere Bemerkungen und Hinweise	178
	Lösungen	179
	Literaturverzeichnis	186
	Sachwortverzeichnis	187