Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur Leipzig (FH)
Fachbereich Informatik, Mathematik und Naturwissenschaften
Physikalisches Praktikum / Sommersemester 2002

Versuchsanleitung M 8 : Stoßvorgänge

1. Einleitung

Stoßvorgänge sind kurzzeitige Wechselwirkungen zwischen (zwei oder mehreren) Massen und haben Änderungen der Impulse und kinetischen Energien der Stoßpartner zur Folge.
Diese Änderungen können mit Hilfe des Impulserhaltungssatzes berechnet werden, wenn zusätzlich der Anteil der beim Stoß in plastische Verformungsarbeit gewandelten Bewegungsenergie bekannt ist.
Man gewinnt auf diese Weise Stoßgesetze, die Aussagen sowohl über makrophysikalische Stöße (z.B. beim Schmieden, Rammen, Autocrash oder Billardspiel) als auch über mikrophysikalische Wechselwirkungen im molekularen und nuklearen Bereich (z.B. Gaskinetik, Gasentladungen, Comptoneffekt, Neutronenbremsung) erlauben.
Bei der Darstellung der Grundlagen des Versuches erfolgt - im Hinblick auf die Gegebenheiten der Apparatur - eine Beschränkung auf zwei Stoßpartner und die Bewegung längs einer Geraden.

2. Grundlagen

Ein System aus zwei Punktmassen m_1 und m_2 habe den Gesamtimpuls $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$.
Dieser Gesamt- oder Systemimpuls ist dann eine Erhaltungsgröße, wenn seine Zeitableitung Null wird, also für

$$d\vec{p} / dt = \vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} + \sum_i \vec{F}_{ai} = 0 \quad . \qquad (2-1)$$

Die (nach dem 2. newtonschen Axiom) der Impulsänderung entsprechende Kraft $\vec{F}$ ist die Summe aller Kräfte auf das System. Dazu gehören zunächst als innere Kräfte die Wechselwirkungskräfte $\vec{F}_{12}$ und $\vec{F}_{21}$ der Stoßpartner. Ihre Summe ist stets gleich Null (3.newtonsches Axiom).
Weiterhin können auf die Massen des Systems beliebig viele Kräfte $\vec{F}_{ai}$ von außerhalb (des Systems) einwirken.
Sie heißen äußere Kräfte und sind Feldkräfte (wie z.B. die Gewichtskräfte), Zwangskräfte oder Reibungskräfte.
Für die Impulserhaltung ist also das Verschwinden der Summe der äußeren Kräfte zu fordern.
Den Impulserhaltungssatz verwenden wir dann in der Form

$$p = m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_1 v_2' = p' \quad . \qquad (2-2)$$

In (2 - 2) treten keine Vektoren mehr auf, sondern deren Koordinaten in Bewegungsrichtung. Diese sind vorzeichenbehaftete Skalare und z.B. positiv, wenn die Bewegung von links nach rechts verläuft.
Die ungestrichenen Größen gelten dabei vor dem Stoß und die gestrichenen danach.
Nach Einführung des Massenverhältnisses $m_2 / m_1 = \mu$ erhält (2 - 2) die Form

$$v_1 + \mu v_2 = v_1' + \mu v_2' \quad . \qquad (2-3)$$

Mit der Gleichung (2 - 3) allein lässt sich die Frage nach v_1' und v_2' noch nicht beantworten.
Man benötigt dazu eine zweite Gleichung, die nachfolgend durch die Definitionsgleichung der sogenannten Stoßzahl ε bereitgestellt werden soll.
Damit es überhaupt zum Stoß kommt, bedarf es zunächst der Annäherung der Masse m_1 an m_2. Die Relativgeschwindigkeit (d.h. die Geschwindigkeit von m_1 in einem mit m_2 verbundenem Koordinatensystem) sei $v_1 - v_2$ und (wie im Experiment) positiv. Mit der Berührung beginnt die elastische und/oder plastische Verformung der Massen. Die dabei auftretenden Wechselwirkungskräfte beschleunigen (bzw. bremsen) die Massen zunächst so, dass die Relativgeschwindigkeit abnimmt und bei maximaler Verformung den Wert Null erreicht.
Ist der Stoß unelastisch (d.h. tritt nur plastische Verformung auf), dann bleibt die Relativgeschwindigkeit gleich Null - die Massen bewegen sich miteinander verbunden weiter.

Ist der Stoß hingegen (zumindest teilweise) elastisch, so gehen die elastischen Verformungen wieder zurück. Dabei beschleunigen (bzw. bremsen) die Wechselwirkungskräfte die Massen jetzt so, dass sich eine andere Relativgeschwindigkeit $v'_1 - v'_2$ (im Experiment negativ) einstellt - die Massen trennen sich wieder.
Das Verhältnis ε der Beträge der Relativgeschwindigkeiten nach und vor dem Stoß wird als Maß für die "Elastizität" des Stoßes verwendet. Es heißt Stoßzahl (auch Stoßkoeffizient, Restitutionskoeffizient) und wird definiert als

$$\varepsilon = \left(v'_2 - v'_1\right) \Big/ \left(v_1 - v_2\right) \quad . \qquad (2 - 4)$$

Das lineare Gleichungssystem (2 - 3) und (2 - 4) besitzt die Lösungen

$$v'_1 = \frac{1-\varepsilon\,\mu}{1+\mu}\, v_1 + \frac{(1+\varepsilon)\,\mu}{1+\mu}\, v_2 \qquad (2 - 5a)$$

$$v'_2 = \frac{1+\varepsilon}{1+\mu}\, v_1 + \frac{\mu-\varepsilon}{1+\mu}\, v_2 \quad . \qquad (2 - 5b)$$

Die Abnahme ΔW_K der kinetischen Energie des Systems durch das Leisten plastischer Verformungsarbeit W_v beträgt

$$\Delta W_K = -W_v = W'_K - W_K = \frac{m_1}{2}\left({v'_1}^2 - v_1^2\right) + \frac{m_2}{2}\left({v'_2}^2 - v_2^2\right) \quad . \qquad (2 - 6)$$

Daraus wird mit (2 - 5 a, b) und $v_2 / v_1 = \lambda$

$$\Delta W_K / W_K = -W_v / W_K = \frac{\mu}{\mu+1}\left(\varepsilon^2 - 1\right)\frac{(1-\lambda)^2}{1+\mu\,\lambda^2} \quad . \qquad (2 - 7)$$

Die Grenzfälle von (2 - 7) ergeben sich für $\varepsilon = 1$ mit $\Delta W_K = 0$ (d.h. Energieerhaltung) beim vollkommen elastischen Stoß und für $\varepsilon = 0$ mit maximaler Energieabnahme (bei gegebenem μ und λ) beim unelastischen Stoß. Im Bereich $0 < \varepsilon < 1$ liegen die (teilweise) elastischen Stöße, deren Stoßzahlen experimentell bestimmt werden müssen.

3. Versuchsanordnung

Um die störende Reibung zu reduzieren, werden die Stoßexperimente mit zwei Gleitern auf einer Luftkissenbahn durchgeführt (Bild 1). Die Gleiter haben Massen von je 100 Gramm. Mit (insgesamt) zwei Zusatzmassen von ebenfalls je 100 Gramm können die Massenverhältnisse 1 / 3, 1 / 2, 1, 2 und 3 realisiert werden.
Die Gleiter tragen am einander zugewandten Ende austauschbare Kontaktelemente. Für den elastischen Stoß Stahlfederringe und für den unelastischen eine Nadel, die in eine plastische Masse einsticht.

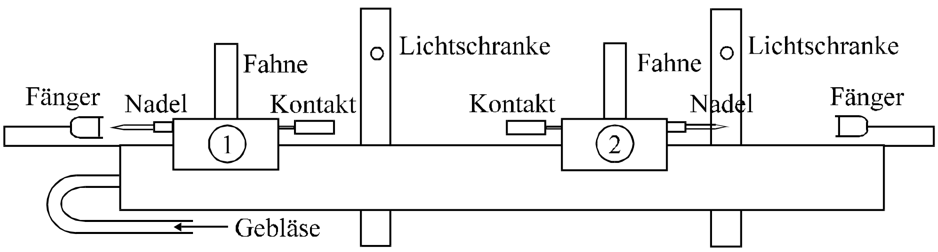

Bild 1 Gleiter (1) und (2) auf der Luftkissenbahn

Der stoßende Gleiter 1 wird bis zum Start von einem Fänger festgehalten; der gestoßene Gleiter 2 sticht nach dem Stoßexperiment mit einer Nadel in einen Fänger ein und wird so fixiert. Der Stoß muss im Bereich zwischen den Lichtschranken stattfinden.
Die Gleiter tragen Unterbrecherfahnen, mit denen sie Lichtschranken beim Vorbeilaufen verdunkeln. Ein PC nimmt über ein Interface diese Verdunklungszeiten auf und berechnet daraus, sowie aus Fahnenbreiten und

Massen die Geschwindigkeiten, Impulse und Energien der Gleiter vor und nach dem Stoß im einem Versuchsprotokoll.
Beim unelastischen Stoß auf eine ruhende Masse $(\lambda = 0)$ gilt nach (2 - 7)

$$\Delta W_K / W_K = -\mu / (\mu + 1) \quad . \tag{3 - 1}$$

Beim vollkommen elastischen Stoß auf eine ruhende Masse gilt für die Energieübertragung von Masse m_1 auf Masse m_2 mit (2 - 5b)

$$m_2 \, v_2'^2 \big/ m_1 \, v_1^2 = 4\,\mu / (1+\mu)^2 \quad . \tag{3 - 2}$$

Die Beziehungen (3 - 1) und (3 - 2) sind im Experiment zu überprüfen.

4. Aufgaben

In diesem Abschnitt werden die zu bearbeitenden Aufgaben nur grundsätzlich aufgeführt.
Genauere Hinweise zur Versuchsdurchführung befinden sich am Arbeitsplatz.

4.1. Man untersuche beim unelastischen Stoß auf eine ruhende Masse m_2 die relative Abnahme der kinetischen Energie des Systems in Abhängigkeit vom Massenverhältnis μ und vergleiche sie mit der theoretischen Voraussage. Die Erhaltung des Systemimpulses ist dabei zu kontrollieren.
4.2. Man untersuche beim vollkommen elastischen Stoß auf eine ruhende Masse m_2 die Übertragung der kinetischen Energie der stoßenden Masse m_1 auf die gestoßene Masse m_2 in Abhängigkeit vom Massenverhältnis μ und vergleiche mit der theoretischen Voraussage. Die Erhaltung des Systemimpulses und der kinetischen Energie des Systems sind dabei zu kontrollieren.
4.3. Man führe mit zwei aufeinander zulaufenden Massen $(\mu = 2)$ einen unelastischen Stoß aus und messe v_1 , v_2 , und v' . Dann vergleiche man den Messwert von v' mit dem nach (2 - 5) berechneten Wert.

5. Fragen

5.1. Nennen Sie Kennzeichen und Eigenschaften des vollkommen elastischen Stoßes.
5.2. Unter welcher Bedingung gilt der Impulserhaltungssatz für ein Punktmassensystem?
5.3. Nennen Sie Kennzeichen und Eigenschaften des unelastischen Stoßes.
5.4. Wie ist die Stoßzahl ε definiert?
5.5. Erläutern Sie das 1.newtonsche Axiom.
5.6. Berechnen Sie das Maximum von $\dfrac{W'_{K,2}}{W_{K,1}} = 4\,\mu / (\mu + 1)^2$.
5.7. Erläutern Sie das 2.newtonsche Axiom.
5.8. Die Masse m stößt mit v unelastisch auf die ruhende Masse $2\,m$. Berechnen Sie v' und ΔW_K .
5.9. Erläutern Sie das 3.newtonsche Axiom.
5.10. Wie muss ein Stoß durchgeführt werden, um die gesamte kinetische Energie in plastische Verformungsarbeit zu verwandeln?

Literatur

[1] Geschke, D. (Hrsg.) : Physikalisches Praktikum
Teubner-Verlag, Leipzig, 1998
ISBN 3-519-00206-X

[2] Hering, E. u.a. : Physik für Ingenieure
Springer-Verlag, Berlin, 1997
ISBN 3-540-62141-5