

## Versuchsanleitung S 10 : Ultraschallbeugung

### 1 Einleitung

Als Schall bezeichnet man Dichteschwingungen und -wellen, die im menschlichen Ohr Ton-, Klang-, oder Geräuschempfindungen hervorrufen. Dies gilt für den Frequenzbereich von ca. 16 Hz bis 20 kHz. Dichtewellen niedriger Frequenz werden als Infraschall bezeichnet, solche mit höheren als Ultraschall. Letztere finden vielfältige Anwendungen in Medizin (z. B. Pränatale Diagnostik, Doppler - Ultraschall zur Bestimmung des Blutflusses) und Technik (z. B. Sonar, Material- und Rissprüfung, Ultraschallschweissen). Vorteilhafte Eigenschaften von Ultraschallwellen resultieren aus ihren kurzen Wellenlängen und der daraus resultierenden Möglichkeit zur Bündelung und aus der Tatsache, dass bislang keine schädlichen Auswirkungen auf den menschlichen Organismus bekannt sind.

Schallwellen können sich in gasförmigen, flüssigen und festen schalleitenden Medien als Longitudinalwellen fortpflanzen. In Festkörpern ist aufgrund der möglichen Scherverformung darüber hinaus eine Ausbreitung in Form von Transversalwellen möglich. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwelle heißt Schallgeschwindigkeit und hängt mit den Elastizitätseigenschaften und der Dichte des Mediums zusammen.

Ultraschallwellen werden technisch durch Schwingungen von Festkörpern erzeugt, wobei neben magnetostriktiven hauptsächlich piezoelektrische Ultraschallquellen Verwendung finden. Letztere basieren auf piezoelektrischen Kristallen, die auf das Anlegen einer elektrischen Spannung mit einer Längenänderung reagieren. Mittels einer hochfrequenten Wechselspannung lassen sich derartige Piezo-Kristalle (meist in Form von Scheiben) zu Eigenschwingungen anregen, die sich dann wiederum als Ultraschallwellen im umgebenden Medium fortsetzen. Ihre Detektion kann ganz entsprechend ebenfalls durch Ausnutzung des piezoelektrischen Effekts erfolgen.

Wie alle Wellen unterliegen auch Schallwellen den allgemeinen Gesetzen der Wellenausbreitung. So kann z. B. die Form ihrer Wellenfronten durch das HUYGENSSche Prinzip (nach CHRISTIAAN HUYGENS, 1629-1695) beschrieben werden. Folglich unterliegen Schallwellen beim unsteten Übergang in ein Medium mit anderer Schallgeschwindigkeit der Brechung und bei Wechselwirkung mit Strukturen deren Abmessungen nicht deutlich über der Wellenlänge liegen der Beugung. Anders als beim Licht, für das die letzte Bedingung im Bezug auf Alltagsgegenstände nicht erfüllt ist und dessen Ausbreitung daher als geradlinig beschrieben werden kann, können Beugungsphänomene von Schall- und Ultraschallwellen aufgrund ihrer größeren Wellenlänge schon an makroskopischen Strukturen beobachtet werden.

### 2 Grundlagen

Die Streuung einer beliebigen Welle an einem Hindernis stellt ein mathematisch schwer zu behandelndes Problem dar, das auf ein System gekoppelter Differentialgleichungen führt. Ein in der Praxis wichtiger Spezialfall, der dagegen sehr einfach beschrieben werden kann, ist die Beugung einer ebenen Welle an einem oder mehreren parallelen Spalten bzw. einem Gitter (FRAUNHOFERSche Beugung, nach JOSEPH VON FRAUNHOFER, 1787-1826). Unter einer ebenen Welle wird hierbei eine Welle verstanden, deren Wellenfronten parallele Ebenen bilden.

Läuft eine Welle auf ein Hindernis auf, so stellt entsprechend dem HUYGENSSchen Prinzip jeder von einer Wellenfront getroffene Punkt den Ausgangspunkt einer elementaren Kugelwelle dar. Die auslaufende Welle resultiert dann aus der Interferenz aller Elementarwellen, die gleichzeitig aus einer Wellenfront der einlaufenden Welle gebildet wurden (FRESNELSche Deutung des HUYGENSSchen Prinzips, nach AUGUSTIN JEAN FRESNEL, 1788-1827).

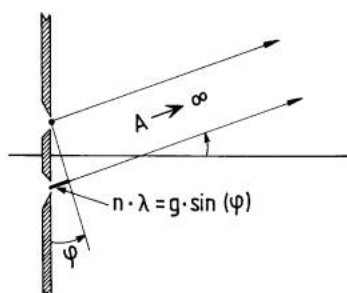


Bild 1 Konstruktive Interferenz am Doppelspalt.

Zwei Elementarwellen löschen sich gerade dann an einem Punkt aus, wenn ihre Phasendifferenz dort ein ungeradzahliges Vielfaches von  $\pi$  beträgt. Befindet sich der Beobachter bzw. das Messgerät in großer Entfernung zum Hindernis ( $A \rightarrow \infty$ ), so lässt sich die Phasendifferenz der Elementarwellen leicht aus den Unterschieden ihrer Laufstrecken bis dorthin, dem sog. Gangunterschied, berechnen. Angewandt auf eine Anordnung von zwei dünnen parallelen Spalten im Abstand  $g$  (vgl. Bild 1), auf die senkrecht eine ebene Welle der Wellenlänge  $\lambda$  einfällt, ergibt diese Überlegung eine gegenseitige Auslöschung der beiden Teilwellen (destruktive Interferenz) für Beugungswinkel  $\varphi_{\min,k}$ , die folgende Bedingung erfüllen:

$$\sin \varphi_{\min,k} = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2g} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2-1)$$

Für diese Beugungswinkel beträgt der Gangunterschied der beiden Elementarwellen ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge.

Um ein Intensitätsmaximum der gestreuten Welle unter einem bestimmten Beugungswinkel beobachten zu können, muss der Gangunterschied der beiden Elementarwellen ein Vielfaches der Wellenlänge betragen. Dies ist für eine Doppelspaltanordnung für Winkel  $\varphi_{\max,k}$  der Fall, die folgender Bedingung genügen:

$$\sin \varphi_{\max,k} = \pm k \frac{\lambda}{g} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2-2)$$

Die selben Bedingungen gelten für Gitter, also für äquidistante Anordnungen mehrerer paralleler Spalte. Trotz der einfacheren Geometrie erfordert die Behandlung des Beugungsverhaltens eines Einfachspalts der Breite  $b$  eine etwas komplexere Überlegung als beim zuvor betrachteten Doppelspalt bzw. Gitter.

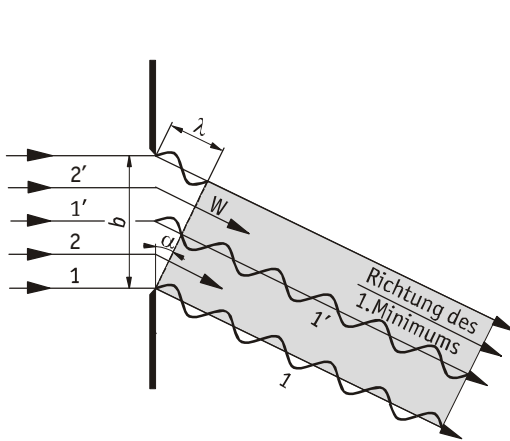


Bild 2a Destruktive Interferenz am Einfachspalt.

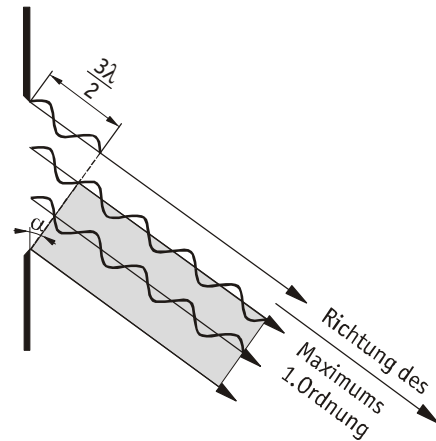


Bild 2b Intensitätsmaxima am Spalt.

In Bild 2a ist eine Situation skizziert, in der die Elementarwelle vom untersten Ende des Spaltes gerade einen Gangunterschied von einer Wellenlänge gegenüber derjenigen vom anderen Spaltende aufweist. Der Gangunterschied der Elementarwelle aus der Mitte des Spaltes beträgt ihr gegenüber dann folglich  $\frac{\lambda}{2}$ , so dass sich diese beiden Elementarwellen auslöschen. Betrachtet man nun einen beliebigen anderen Punkt der unteren Spalthälfte, so stellt man fest: für jede Elementarwelle aus einem Punkt der unteren Spalthälfte findet man eine mit dem Gangunterschied von  $\frac{\lambda}{2}$  auftretende Elementarwelle aus einem Punkt der oberen Spalthälfte. Alle Elementarwellen des Spaltes löschen sich somit paarweise aus und demzufolge wird in der betrachteten Richtung keine Intensität der Welle beobachtet.

Anders stellt sich der Fall in Bild 2b dar, in der der Gangunterschied der Elementarwellen von den beiden Spaltenden gerade  $\frac{3\lambda}{2}$  beträgt. Entsprechend den vorangegangenen Überlegungen kompensieren sich hier Elementarwellen aus dem unteren Drittel des Spaltes paarweise mit solchen aus dem mittleren Drittel. Diejenigen aus dem oberen Drittel hingegen finden keine Gegenspieler und werden in Richtung des Beobachters nicht ausgelöscht. In der dargestellten Situation trägt ein größtmöglicher Teil des Spaltes zur beobachteten Intensität bei, weshalb von einem Intensitätsmaximum gesprochen wird. Mathematisch lassen sich die Bedingungen für völlige Auslöschung (destruktive Interferenz) und für Intensitätsmaxima wie folgt fassen:

$$\sin \alpha_{\min,k} = \pm k \frac{\lambda}{b} \quad \sin \alpha_{\max,0} = 0 \quad \text{und} \quad \sin \alpha_{\max,k} \approx \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{b} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2-3)$$

Die ganze Zahl  $k$  bezeichnet hierbei die sog. Ordnung des Maximums bzw. Minimums. Die Intensität eines Maximums nimmt dabei mit steigender Ordnung stark ab.

Die höchste Intensität wird in Vorwärtsrichtung ( $\alpha=0$ ) beobachtet. Dieses Maximum nullter Ordnung stellt das Abbild des Spaltes durch die Schallwelle dar.

Eine eingehendere Betrachtung liefert für die Intensität  $I$  der gebeugten Welle als Funktion des Beugungswinkels  $\alpha$ :

$$I(\alpha) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\alpha\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\alpha\right)^2} . \quad (2-4)$$

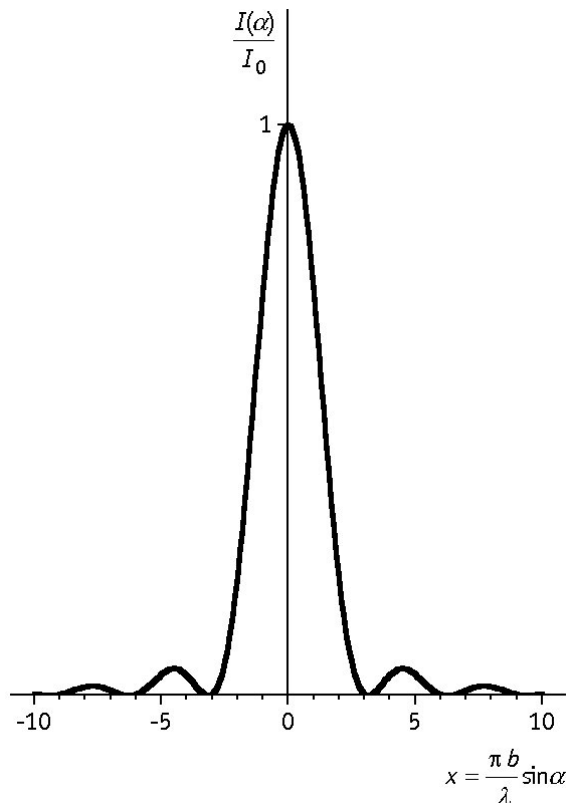


Bild 3 Intensitätsverteilung bei der Beugung am Spalt.

### 3 Versuchsanordnung

Ein kleiner Ultraschallgeber in Form eines Schwingquarzes, der mit Wechselspannung konstanter Frequenz versorgt wird, emittiert eine Schallwelle mit großem Divergenzwinkel. Um sie in eine ebene Welle zu überführen wird die Schallquelle im Brennpunkt eines Parabolspiegels platziert. Die reflektierte Welle kann dann in guter Näherung als eben betrachtet werden. Die ebene Schallwelle trifft auf eine Halterung in der wahlweise ein Einzelspalt oder ein Gitter platziert werden kann, auf das die Welle senkrecht auftrifft. Der Einzelspalt wird aus zwei Platten gebildet und ist somit hinsichtlich seiner Breite variabel. Zur Verminderung störender Reflexionen ist der Bereich um den Spalt bzw. das Gitter von strukturiertem Schaumstoff umgeben.

Auf der Rückseite des Hindernisses befindet sich ein schwenkbarer Arm, auf dem sich ein Ultraschallempfänger befindet. Der Arm lässt sich sowohl manuell als auch mittels eines Schrittmotors innerhalb eines am PC einstellbaren Winkelbereichs verfahren. Ist die Steuerung auf PC-Kontrolle eingestellt, so ist der Arm arretiert und lässt sich manuell nicht bewegen (**Vorsicht: Bei Gewaltanwendung Zerstörungsgefahr!**). Die Intensität des empfangenen Schallsignals wird an einen PC übertragen, digitalisiert und auf diesem graphisch dargestellt. Auf diese Weise erhält man die Intensität der gebeugten Ultraschallwelle als Funktion des Beugungswinkels. Der Nullpunkt der Winkelmessung kann definiert werden, indem zunächst das Gerät zur Ansteuerung des Schrittmotors in den manuellen Modus und anschließend der Schwenkarm in die Null-Grad-Position gebracht wird. Nach Drücken der entsprechenden Taste am Steuergerät ist dann der Bezugspunkt definiert.

## 4 Aufgaben

In diesem Abschnitt werden die zu bearbeitenden Aufgaben nur grundsätzlich aufgeführt. Genauere Hinweise zur Versuchsdurchführung befinden sich am Arbeitsplatz.

- 4.1 Platzieren Sie das Gitter in der dafür vorgesehenen Halterung und bestimmen Sie die Gitterkonstante sowie die Spaltbreite.
- 4.2 Ermitteln Sie für das Gitter den Intensitätsverlauf der gestreuten Ultraschallstrahlung als Funktion des Beugungswinkels im vorgegebenen Winkelintervall und bestimmen Sie die Lage der Hauptmaxima erster Ordnung.
- 4.3 Berechnen Sie mit den Werten aus 4.1 und 4.2 die Wellenlänge und die Frequenz der Ultraschallwelle nebst Fehler.
- 4.4 Entfernen Sie das Gitter aus der Halterung und setzen Sie an seiner Stelle einen einfachen Spalt ein. Messen Sie wiederum den Intensitätsverlauf der gebeugten Ultraschallwelle und bestimmen Sie die Lage der Maxima und Minima. Berechnen Sie daraus erneut Wellenlänge und Frequenz der Ultraschallwelle und vergleichen Sie die Ergebnisse mit 4.3 .
- 4.5 Vergleichen Sie qualitativ die Intensitätsverteilungen der gebeugten Ultraschallwelle für verschiedene Spaltbreiten.

## 5 Fragen

- 5.1 Welchen Frequenzbereich umfasst der Hörschall?
- 5.2 Wie lautet die Bedingung für das Auftreten eines Intensitätsmaximums hinter einem Amplitudengitter, das senkrecht mit monofrequentem Ultraschall bestrahlt wird?
- 5.3 Worin unterscheidet sich das Beugungsmuster eines Spaltes von dem eines Gitters aus mehreren Spalten der gleichen Breite wie der Einfachspalt?
- 5.4 Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Frequenz und der Wellenlänge einer Welle?
- 5.5 Skizzieren Sie die Versuchsanordnung zur Beobachtung der Ultraschallbeugung!
- 5.6 Leiten Sie die Winkelbedingung für das Auftreten eines Intensitätsminimums an einem unendlich entfernten Detektor hinter einem Einfachspalt der Breite  $b$  bei senkrechter Bestrahlung mit einer Welle der Wellenlänge  $\lambda$  her.
- 5.7 Ein Doppelspalt mit einem Spaltabstand von 1 cm werde mit Schall der Wellenlänge 4 mm bestrahlt. Unter welchem Winkel gegenüber der Einfallrichtung beobachten Sie das Intensitätsmaximum 1.Ordnung der gebeugten Welle?
- 5.8 Berechnen Sie die Wellenlänge einer (Ultra-) Schallwelle in Wasser, wenn ihre Frequenz a) 1 kHz und b) 200 kHz beträgt. (Schallgeschwindigkeit in Wasser:  $1483 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ )
- 5.9 Warum werden in Gasen keine transversalen Schallwellen beobachtet?
- 5.10 Wie lassen sich Ultraschallwellen erzeugen und nachweisen?

## Literatur

- |     |                              |  |
|-----|------------------------------|--|
| [1] | Schenk/Kremer (Hrsg.) :      | Physikalisches Praktikum, Springer Spektrum, Heidelberg, Wiesbaden, 2014 (14. Auflage), ISBN : 978-3-658-00665-5 |
| [2] | Bergmann, L.; Schaefer, C. : | Physik, Bd. 1: Mechanik, Akustik, Wärme<br>de Gruyter, Berlin  |
| [3] | Bergmann, L. :               | Der Ultraschall und seine Anwendung in Wissenschaft und Technik<br>Hirzel, Stuttgart                             |
| [4] | Kuttruff, H. :               | Physik und Technik des Ultraschalls<br>Hirzel, Stuttgart   |