

## Aufgabenblatt 6 vom 24. 11.

### Zur Besprechung in der Übung am 27. 11.

Besprechung der Aufgaben (S4-1) bis (S4-3).

Besprechung der Autotool-Aufgaben (A3-1a), (A3-1b) sowie (A3-3a)–(A3-3c).

**Ü6-1** Bestimmen Sie das Minimalpolynom von  $c := \sqrt{p} + \sqrt{q}$  für  $p, q \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie dazu insbesondere, dass  $c$  außer für triviale Fälle stets eine algebraische Zahl vom Grad 4 ist.

**Ü6-2** Finden Sie ähnlich wie in der Vorlesung die charakteristischen Polynome für die speziellen Winkelfunktionswerte  $\sin\left(\frac{\pi}{9}\right)$  und  $\cos\left(\frac{\pi}{9}\right)$ .

**Ü6-3** Finden Sie das charakteristische Polynome für den speziellen Winkelfunktionswert  $\tan\left(\frac{\pi}{7}\right)$ .

**Ü6-4**  $a = \sin\left(\frac{\pi}{9}\right)$  ist eine algebraische Zahl,  $R = \mathbb{Q}[a]$  der zugehörige Erweiterungskörper der rationalen Zahlen. Bestimmen Sie die kanonische Darstellung von  $b = \frac{a}{1+a}$  in diesem Erweiterungskörper.

### Zur schriftlichen Korrektur, Abgabe bis 8. 12., Besprechung am 11. 12.

**S6-1** Finden Sie das Minimalpolynom von  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ . Welche anderen Nullstellen hat dieses Polynom?

**S6-2** Beweisen Sie die Beziehung

$$\tan\left(\frac{3}{11}\pi\right) + 4 \sin\left(\frac{2}{11}\pi\right) = \sqrt{11}.$$

**S6-3** Eine interessante Formel verbindet die Zahl  $\pi$  mit dem Goldenen Schnitt  $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ :

$$\pi = 4 \left( \arctan\left(\frac{1}{\phi}\right) + \arctan\left(\frac{1}{\phi^3}\right) \right).$$

Beweisen Sie diese Formel.

**S6-4** Vereinfachen Sie  $(2^{1/2} + 3^{1/3})^{-1}$ , indem Sie diesen Ausdruck als Summe von Einfachwurzeln darstellen.