

2.4. Elektrochemische Spannungsquellen

Gibt man in ein Lösungsmittel Säuren, Laugen oder Salze, werden deren Moleküle in paarweise positiv und negativ geladene Ionen gespalten (*dissoziiert*) und als solche gelöst. Ein sehr gutes Lösungsmittel stellt Wasser dar. Wegen der hohen relativen elektrischen Permittivität von $\epsilon = 81$ verringert Wasser stark das elektrische Feld zwischen den Molekülbestandteilen und lockert somit die Bindung durch Verringerung der elektrostatischen Kräfte. Da die Ionen im Lösungsmittel beweglich sind wird die Lösung elektrisch leitfähig (*Elektrolyt*). Ionen haben gänzlich andere chemische Eigenschaften als Atome. So würde z.B. Na mit Wasser heftig zu NaOH reagieren, unter Freisetzung von Wasserstoff. Die bei Auflösung von Kochsalz gebildeten Na^+ -Ionen verhalten sich dagegen äußerst friedfertig. Die Ursache hierfür ist, dass die chemischen Eigenschaften fast völlig von der äußersten Elektronenhülle bestimmt werden, diese ist bei Na^+ die einer Edelgaskonfiguration. Neben Wasser gibt es viele andere Flüssigkeiten, die als Lösungsmittel für Elektrolyte geeignet sind, allerdings haben diese fast ausschließlich viel kleinere ϵ mit entsprechend geringerer dissoziierender Wirkung. Geschmolzene Salze sowie einige Festkörper, bei denen bestimmte Ionen frei beweglich sind, eignen sich ebenfalls als Elektrolyte und sind für einige technische Anwendungen interessant.

Sobald man ein Metall in einen Elektrolyten eintaucht, gehen Metallionen in Lösung, an der Oberfläche bildet sich eine geladene Doppelschicht, bestehend aus positiven Metallionen und den im Metall verbliebenen Elektronen. Dieser Prozess dauert solange an, bis das Bestreben in Lösung zu gehen (*Lösungstension*) durch das anwachsende elektrische Feld in der Doppelschicht kompensiert wird. Um die mit diesem Feld verbundene Potentialdifferenz (*GALVANI¹⁹-Potential*) zwischen Metall und Ionen zu messen, benötigt man eine zweite Elektrode. Man wählt hierzu ein anderes Metall mit einer anderen Lösungstension. Auch an dessen Oberfläche bildet sich eine Doppelschicht. Da beide Sorten von Metallionen durch den gut leitenden Elektrolyten auf gleichem Potential liegen, misst man zwischen beiden Elektroden gerade die Differenz der Galvani -Potentiale. Diese Anordnung bildet eine elektrochemische Spannungsquelle (*Galvanisches Element*), die Quellenspannung bezeichnet man oft als *elektromotorische Kraft EMK*.

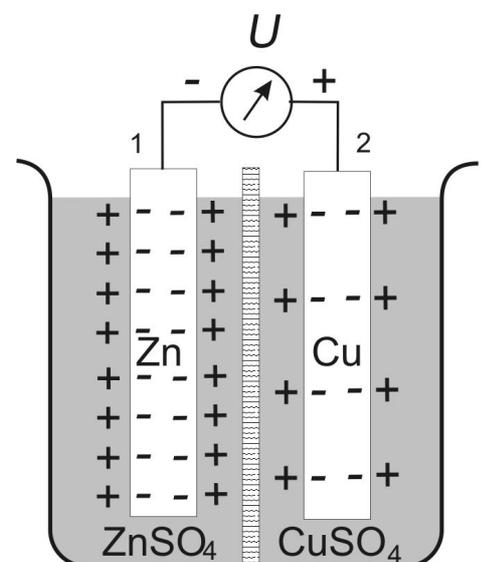
Praktisch ist die Verwendung einer standardisierten Referenzelektrode, auf die man die mit verschiedenen Elektrodenmaterialien gemessenen Spannungen bezieht. Üblich ist die Standard-Wasserstoff-Elektrode, bei der Wasserstoffgas, welches ein Platinblech umspült, die Funktion einer Metallelektrode ausübt. Einige der mit einer solchen Elektrode gemessenen Normalpotentiale sind in Tabelle 2.2 angegeben

Abb. 2.10: Galvanische Zelle (DANIELL²⁰-Element)

Eine poröse Membran trennt die die CuSO_4 -Lösung von der ZnSO_4 -Lösung

Galvani beobachtete, dass frisch seziierte Froschschenkel zuckten, wenn man sie durch Elektrisiermaschinen, aufgeladene Leidener Flaschen oder bei Gewitter elektrisierte. Ebenfalls trat dieser Effekt auf, wenn man sie gleichzeitig mit Kupfer und Eisen berührte.

VOLTA erkannte, dass die Froschmuskeln mit ihren Nerven Elektrometer darstellen, mit denen man Kontaktspannungen nachweisen kann. Die Galvanische Zelle geht auf ihn zurück und nicht auf Galvani. Er entdeckte auch, dass sich durch Reihenschaltung von Galvanischen Zellen die abgreifbare Spannung bedeutend erhöhen lässt (*VOLTAsche Säule*)



¹⁹ Luigi GALVANI (1737-1798), it. Anatom und Biologe; Froschschenkelversuche

²⁰ John Frederic DANIELL (1790-1846), engl. Chem. und Meteorologe; Taupunkt-Hygrometer; Pyrometer

Tabelle 2.2: Normalpotentiale (in V)

für einige Metalle und Gase bei Raumtemperatur, bezogen auf H_2 (angegeben ist auch der Ionenzustand, in welchen das Metall übergeht)

Li^+	Ca^{++}	Al^{+++}	Zn^{++}	Fe^{++}	Fe^{+++}	Cd^{++}	Ni^{++}	Pb^{++}	Cu^{++}	Cu^+	Ag^+	Hg^{++}	Au^{++}	OH^-	Cl^-	F^-
/Li	/Ca	/Al	/Zn	/Fe	/Fe	/Cd	/Ni	/Pb	/Cu	/Cu	/Ag	/Hg	/Au	/O ₂	/Cl ₂	/F ₂
-3,02	-2,90	-1,66	-0,76	-0,44	-0,04	-0,40	-0,25	-0,13	+0,34	0,51	+0,81	0,86	+1,50	+0,40	+1,36	+2,87

Bestehen die Elektroden aus Kupfer und Zink, der Elektrolyt enthält Sulfationen (Daniell-Element, s. Abb. 2.10), so gehen Cu^{++} - und Zn^{++} -Ionen in Lösung. Die Spannung an den Klemmen beträgt dann $+0,34\text{ V} - (-0,76\text{ V}) = 1,10\text{ V}$. Sofern kein Strom entnommen wird, misst man diesen Wert auch im Experiment. Bei Stromentnahme fließt ein Elektronenstrom über den Verbraucher vom Zink zum Kupfer. Als Folge gehen neue Zinkionen in Lösung und Kupferionen treten aus der Kupfersulfatlösung auf das Kupfer über. Es läuft die Reaktion $Zn + Cu^{++} \rightarrow Zn^{++} + Cu$ ab. Dieser Vorgang endet erst, wenn alles Zink aufgelöst und sich eine entsprechende Menge Kupfer auf der Kupferelektrode niedergeschlagen hat. Die von dem Daniell-Element als elektrische Energie gelieferte Arbeit stammt somit aus der chemischen Energie, die bei der Auflösung des Zinks und dem Niederschlag von Kupfer frei wird. Die Berechnung der Zellenspannung ist jedoch nicht immer so trivial. Die bekannte NiCd-Zelle liefert z.B. 1,3 V. Schaut man auf die Tabelle 2.2 käme man allerdings nur auf 0,15 V. Hier sorgt eine komplizierte Reaktion über Hydroxide für die höhere Zellenspannung.

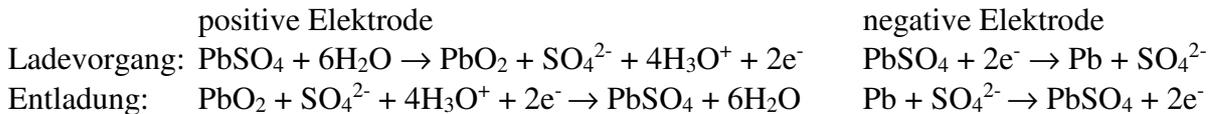
Wenn wie beim Daniell-Element ein Reaktionspartner beim Betrieb der Zelle verbraucht wird, spricht man vom *Primärelement*. Ist dieser Vorgang reversibel, kann somit durch umgekehrten Stromfluss der ursprüngliche Zustand wiederhergestellt werden (Aufladen), bezeichnet man diese Zelle als *Akkumulator* oder *Sekundärelement*. Sehr gebräuchlich als Primärelement ist die 1865 von LECLANCHÉ²¹ erfundene *Kohle-Zink-Batterie*. Bei dieser dient als Zelle ein Zinkbecher, der in Ammonium- und Zinkchloridlösung als Elektrolyt einen Beutel mit Braunstein (MnO_2) enthält. Als Kontakt (Pluspol) dient ein Graphitstab. Eine wichtige Variante dieses Elementes stellt die ebenfalls weit verbreitete *Alkali-Mangan-Zelle* dar. Diese enthält einen alkalischen Elektrolyten (KOH) anstelle $ZnCl$ in der Elektrolytpaste der Zink-Braunstein-Zelle. Die Kapselung ist etwas aufwendiger, dafür ist die Energiedichte (Quotient aus entnehmbarer Energie und Masse, Wh/kg) etwa doppelt so hoch. Eine besonders hohe Energiedichte zeichnen *Lithium-Batterien* aus. Da Lithium am extrem negativen Ende der Spannungsreihe steht (s.Tab.2.2), unterscheiden sich die Standardpotentiale von Anoden- und Kathodenreaktion stark voneinander. So beträgt z.B. die EMK der *Lithium-Thionylchlorid-Batterie* etwa 3V. Das ist für die Anwendung beim Betrieb von Transistorschaltungen günstig, denn es erübrigt Serienschaltungen mehrerer Zellen. Neben der hohen Zellenspannung ist das geringe spezifische Gewicht von Lithium und der bei der Zellreaktion beteiligten Elemente Ursache für die hohe Energiedichte. Bei geringer Stromentnahme können Lithiumzellen viele Jahre als Spannungsquellen dienen (Betrieb von Armbanduhren, Stromquelle für das BIOS im Computer u.v.m.).

Der älteste Vertreter der Akkumulatoren, der sich auch heute noch großer technischer Aktualität erfreut, ist der 1859 von PLANTE²² erfundene Bleiakкумуляtor. Der ungeladene Bleiakku besteht aus zwei Bleiplatten in verdünnter Schwefelsäure. An der Oberfläche der Bleiplatten bildet sich Bleisulfat. Schickt man einen Strom durch die Zelle, wird an der positiven Elektrode das Bleisulfat unter Abgabe von negativ geladenen Sulfationen zu Bleidioxid oxidiert und noch zwei Elektronen an die Elektrode abgegeben. An der negativen Elektrode wird das Bleisulfat dagegen unter Aufnahme zweier Elektronen zu metallischem Blei reduziert. Nach dem Aufladeprozess ist die Konzentration der Schwefelsäure angestiegen (einfache Prüfmöglichkeit über Dichtemessung mittels Aräometer) und einer reinen Bleiplatte steht eine Platte aus Bleidioxid gegenüber. Beide Platten wirken als

²¹ Georges LECLANCHÉ (1839-1882), franz. Chemiker und Ing.

²² Gaston PLANTE (1834-89), franz. Physiker

Elektroden eines galvanischen Elementes, das eine EMK von 2 Volt liefert. Werden sie leitend miteinander verbunden, laufen die gleichen chemischen Reaktionen, nur in umgekehrter Reihenfolge ab:



Beide Elektroden wandeln sich bei der Entladung wieder in Bleisulfat um, wobei die positive Elektrode zwei Elektronen abgibt und die negative zwei Elektronen aus dem Elektrolyten empfängt. Der Vorteil von Bleiakku liegt in ihrer Robustheit, einer hohen Zahl von Ladezyklen und der Möglichkeit einer sehr hohen Stromentnahme. Insbesondere die Starterbatterie eines Autos kann so kurzzeitig eine Leistung von mehreren kW an den Anlasser liefern.

Beim Aufladen eines Akkus wird mehr Energie benötigt, als man bei der Entladung entnehmen kann. Der Wirkungsgrad des Bleiakkus als Quotient beider Energien beträgt 70-75%. Die praktisch erreichbare Energiedichte beträgt etwa 0,03 kWh/kg. Ungefähr doppelt so hoch liegt die Energiedichte bei Ni-Cd-Zellen, diese kommen auf 0,04 kWh/kg, die modernen Ni-Hydridzellen auf 0,08 kWh/kg. Bei dieser schwermetallfreien (!) Zelle wird anstelle von Cadmium eine Wasserstoffelektrode verwendet. Der Wasserstoff befindet sich in einer Ti-Ni- oder La-Ni-Legierung atomar auf Zwischengitterplätzen gespeichert. Die Affinität ist so groß, dass in den knapp 5 cm³ einer AA-Mignonzelle ohne Überdruck eine solche Menge Wasserstoffgas gespeichert ist, die 500 cm³ Gas unter Normalbedingungen entspricht.

Neben der Spannung ist die Kapazität wichtigste Kenngröße einer Zelle. Die Spannung ist zwar mit der Bauart festgelegt, aber beileibe keine Konstante. Während der Entladung nimmt sie zunächst etwa ab, bleibt dann eine gewisse Zeit fast konstant, um dann gegen Ende rasch abzufallen. Dieses Zeitverhalten hängt noch stark von der Temperatur und von der Entladestromstärke ab. Um eine höhere Spannung als die Zellenspannung zu erhalten, werden mehrere Zellen in Reihe geschaltet. Dann spricht man von einer *Batterie*. Die gesamte Ladung Q , die einer Zelle entnommen werden kann, wird als *Kapazität* bezeichnet. Diese wird in Ah gemessen und ist keinesfalls mit der Kapazität eines Kondensators zu verwechseln. Das Produkt aus Zellenspannung und Kapazität, integriert über die gesamte Nutzungsdauer, ergibt die entnehmbare Energie

$$W = \int_0^{\infty} U(t)I(t)dt . \quad (2.16)$$

Dieser Wert hängt stark von den Entladungsbedingungen ab und ist insbesondere bei starkem Strom wegen des *Innenwiderstandes* geringer als bei niedrigerer Belastung. Näherungsweise kann man bei einer Strombelastung von 1/5h der Kapazität diese mit der Nennspannung multiplizieren. Bei einer Kapazität einer Ni-Cd-Zelle von 600 mAh und einer Nennspannung von 1,2 V kann man bei einem Strom von 120 mA mit etwa 0,720 Wh entnehmbarer Energie rechnen.

Die Energiedichte von Sekundärzellen ist stets geringer als die von Primärzellen vergleichbarer Bauart. Li-Primärzellen erreichen bis 0,5 kWh/kg. Vergleicht man diesen Wert mit dem von Benzin (12 kWh/kg), versteht man, worin das Hauptproblem bei der Entwicklung (und Akzeptanz) von Elektroautos besteht.

2.5. Innenwiderstand von Spannungsquellen

Verfolgt man die komplizierten Vorgänge in galvanischen Spannungsquellen wird klar, dass zunächst der Ladungstransport mittels Ionenstrom durch den Elektrolyten Energie verbraucht, wodurch sich die Zelle erwärmt. Die dabei ablaufenden chemischen Reaktionen sind dazu in hohem Maße temperaturabhängig. Diese Verluste kann man wie die an einem Ohmschen Widerstand behandeln und bezeichnet ihn als den *Innenwiderstand* der Spannungsquelle.

Ungeregelte Gleich- aber auch Wechselspannungsquellen (Generatoren, Transformatoren, s.u.) besitzen endliche Innenwiderstände.

Derartige "Innenwiderstände" bewirken ein Absinken (Zusammenbrechen) der Klemmenspannung U bei anwachsender Stromstärke I .

Die von der Spannungsquelle an einen Verbraucher übertragbare Leistung $P = U I$ sollte daher (wenigstens) ein Maximum besitzen, denn sowohl im Leerlauf ($I = 0$) als auch im Kurzschluss ($U = 0$) ist sie jeweils gleich Null.

Die Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand R_i und der Ursprung U_0 wird, wie in Abb. 2.11 gezeigt, durch den Verbraucher R belastet.

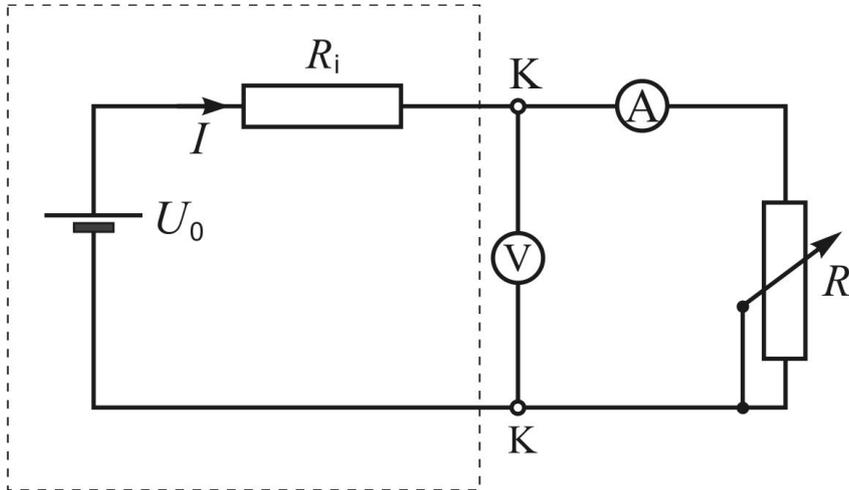


Abb. 2.11: Belastete Spannungsquelle

Die gestrichelte Linie verdeutlicht die eigentliche Spannungsquelle, welche die Ursprung sowie den Innenwiderstand als Ohmschen Widerstand enthält. Mit der Außenschaltung können lastabhängig Strom und Klemmenspannung bestimmt werden.

Obwohl in der Abbildung räumlich getrennt dargestellt, sind U_0 und R_i experimentell nicht trennbar. Misst man an den Anschlussklemmen K , so befindet sich R_i stets im Inneren der Spannungsquelle.

Die Messung der Klemmenspannung U der belasteten Spannungsquelle kann daher nur ein Ergebnis liefern, das um den inneren Spannungsabfall kleiner als die Ursprung U_0 ist. Es gilt

$$U = U_0 - I R_i \quad . \quad (2.17)$$

Wenn R_i konstant ist, stellt Glg. 2.17 eine Gerade mit dem Anstieg ($-R_i$) dar. Sie schneidet die Achsen bei der Leerlaufspannung U_0 und dem Kurzschlussstrom $I_K = U_0 / R_i$.

Experimentell findet man jedoch meist eine Abhängigkeit $R_i(I)$, die nur in grober Näherung zu vernachlässigen ist. Dementsprechend weicht $U(I)$ von einer Geraden ab. Aus (2.17) folgt mit dem Ohmschen Gesetz $U = I R$ für die Stromstärke

$$I = U_0 / (R_i + R), \quad (2.18)$$

für die Klemmenspannung

$$U = (U_0 R) / (R_i + R) \quad (2.19)$$

und für die an den Verbraucher übertragene Leistung

$$P = I U = R U_0^2 / (R_i + R)^2 \quad . \quad (2.20)$$

Unterzieht man (2.20) einer Extremwertbetrachtung ($\frac{dP}{dR} = 0$), so findet man, wie oben bereits vermutet, ein Leistungsmaximum bei $R = R_i$.

Eine Spannungsquelle überträgt die größtmögliche Leistung an den Verbraucher, dessen Widerstand ihrem Innenwiderstand gleich ist. Die Klemmenspannung ist in diesem sogenannten *Anpassungsfall* gleich der halben Leerlaufspannung, die Stromstärke gleich der halben Kurzschlussstromstärke. Die maximale Leistung beträgt $P_{\max} = U_o^2 / (4R_i)$. Diese Leistung fällt sowohl am Last- als auch am Innenwiderstand an.

Die am Innenwiderstand anfallende Leistung führt zur Erwärmung der Spannungsquelle. Wird diese so betrieben, dass sie maximale Leistung liefert (z.B. KFZ-Starterbatterie während des Anlassens), muss entweder die Betriebsdauer kurz sein, oder für eine entsprechende Kühlung gesorgt werden.

Übungen

2.10.* Gemessen wurde die Abhängigkeit der Klemmenspannung vom Strom in einer Schaltung nach Abb. 2.11, wie sie in der folgenden Grafik dargestellt ist. Es sollen sowohl Ursprung und Kurzschlussstrom als auch Innenwiderstand eines Akkupacks aus 4AA-NiMH-Zellen bei Anpassung aus dieser Grafik bestimmt werden.

Lösung: Wie aus der Grafik ersichtlich, liegen die Messpunkte, abgesehen von Streuungen infolge von Messungenauigkeiten, nicht auf einer Geraden, sondern auf einer leicht gekrümmten Kurve. Dies ist bedingt durch nichtlineare Transportprozesse im Elektrolyten, durch Erwärmung bei starker Stromentnahme,... Für die drei interessierenden Fälle Leerlauf, Kurzschluss und Leistungsanpassung orientiert man sich deshalb auf die jeweils in diesen Belastungsbereichen liegenden Messwerte und approximiert den Verlauf der Messkurve durch die Geraden 1, 2, 3. Die Schnittpunkte der Geraden 1 mit der Ordinate ergibt mit 4,75 V die Leerlaufspannung (dies ist auch die Ursprung), der Schnittpunkt der Geraden 3 mit der Abszisse bei 10,2 A entspricht dem Kurzschlussstrom. Den Innenwiderstand bei Leistungsanpassung erhält man aus der Bestimmung des Anstieges der Geraden 2, die den Kurvenverlauf im Bereich $U_o/2$ approximiert. Das eingezeichnete Anstiegsdreieck mit den Werten $\Delta U = -2,25$ V und $\Delta I = 4,5$ A hat den Anstieg von $-0,5$ V/A, was laut Glg. 2.17 einen Innenwiderstand von $0,5 \Omega$ ergibt.

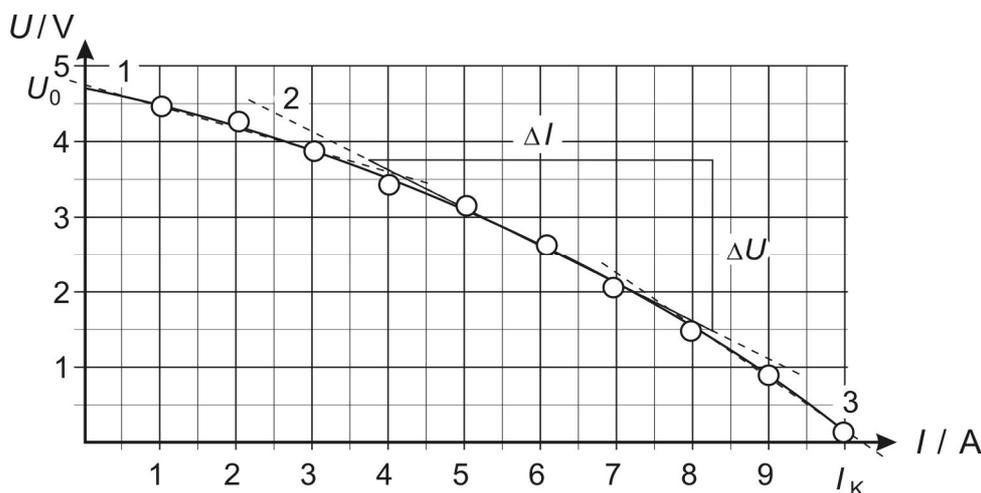


Abb. 2.12: Kennlinie einer Spannungsquelle

Die gestrichelte Linien 1, 2, 3 approximieren Bereiche der Kurve für die Lastfälle Leerlauf, Leistungsmaximum und Kurzschluss.

2.6. Arbeit und Leistung bei Gleichströmen

Elektrischer Stromfluss ist in der Regel verbunden mit der Umwandlung von Energie. Offensichtlich wird das z.B. an der Erwärmung eines stromdurchflossenen Leiters. Aus dem Stromkreis wird hierbei Energie in Form von Wärme an die Umgebung abgegeben. Bei konstantem Strom wird diese Energie letztendlich von der Spannungsquelle geliefert, in welcher die Ladungen gegen die Ursprungung auf ein höheres Potential gehoben werden. Der in der Elektrotechnik häufig verwendete Be-

griff der *Elektromotorischen Kraft EMK* für die Ursprungspannung verdeutlicht diesen Vorgang bildhaft. Vom Pol der Spannungsquelle mit höherem Potential fließen die Ladungsträger über ein äußeres Netzwerk wieder zum Pol mit niedrigem Potential zurück. Da der Stromfluss stationär erfolgen soll, sind die Potentiale zeitlich konstant und die Verhältnisse entsprechen denen der Elektrostatik. Die von der Spannungsquelle mit der Spannung U an die Ladung Q abgegebene Energie ist laut 1.10 gerade gleich $W = QU$. Die während des Zeitintervalls $t_2 - t_1$ geflossene Ladung ist gleich dem Integral des Stromes über die Zeit

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I dt, \quad (2.21)$$

bei konstantem Strom vereinfacht sich 2.21 zu $\Delta Q = I \Delta t$. In der Praxis wird gewöhnlich nicht die Ladung sondern der Strom gemessen. Die Umkehrung von 2.21 ergibt (s. 2.10) $I = \frac{dQ}{dt}$. Die von der EMK je Zeiteinheit verrichtete Arbeit wird in Analogie zur Mechanik als *elektrische Leistung* definiert

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dQ}{dt} U, \quad (2.22)$$

woraus man mit 2.21 die wichtige Formel zur Bestimmung der elektrischen Leistung erhält

elektrische Leistung $P = UI$, $[P] = \text{VA} = \text{W}$ (WATT²³)

(2.23)

Diese Leistung wird durch die Spannungsquelle zugeführt und über die als Verbraucher agierenden Ohmschen Widerstände in Wärme umgewandelt, also abgegeben. Wenn man, wie es hierbei üblich ist, vom geänderten Vorzeichen absieht, findet 2.23 auch für die am Widerstand umgesetzte Leistung Anwendung. Maßgebend ist hier der *Spannungsabfall* am Widerstand. Mit dem Ohmschen Gesetz 2.9 erhält man

am Widerstand umgesetzte elektrische Leistung $P = \frac{U^2}{R} = I^2 R$

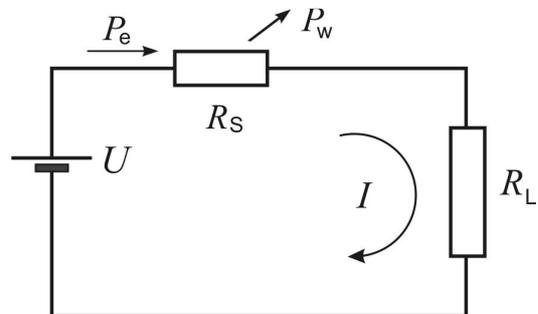
(2.24)

Die elektrische Leistung dient zur Definition der Spannung: Wenn durch einen Leiter ein Strom von 1A fließt und 1W Leistung (gleich 1Nm/s) umgesetzt wird, dann fällt im Leiter eine Spannung von 1V ab.

Übungen

2.11. Erklären Sie die Wirkungsweise einer Schmelzsicherung.

Lösung: Die Schmelzsicherung stellt elektrisch einen kleinen Ohmschen Widerstand R_s dar (verglichen mit dem Lastwiderstand), der zum Lastwiderstand R_L in Reihe geschaltet ist. Durch den Stromfluss fällt an der Sicherung elektrische Leistung P_s an, die als Wärmeleistung zunächst den Widerstandsdraht in der Sicherung erwärmt, darüber hinaus die Sicherung selbst. Der Sicherungshalter führt die Wärme P_w an die Umgebung ab. Je nach Bauart der Sicherung unterschiedlich, wird hier ein sogenannter *Wärmewiderstand* wirksam. Letztendlich stellt sich ein Gleichgewicht zwischen zugeführter elektrischer Leistung und abgegebener Wärmeleistung ein, worauf sich die Temperatur des Widerstandsdrahtes nicht weiter erhöht. Übersteigt der Stromfluss dauerhaft einen



²³ James WATT (1736-1819), schott. Ing.; mod. Dampfmaschine, Pleuel; pVT-Untersuchungen an Wasserdampf

Grenzwert, wird dieses Gleichgewicht nicht erreicht, da der Draht vorher schmilzt, wodurch der Stromkreis unterbrochen wird.

Bei einer Serienschaltung addieren sich laut 2.10 die Einzelwiderstände, mit dem Ohmschen Gesetz 2.9 erhält man für den Strom

$$I = \frac{U}{R_S + R_L}.$$

Die an der Sicherung anfallende elektrische Leistung beträgt nach 2.24

$$P_S = \frac{U^2 R_S}{(R_S + R_L)^2}.$$

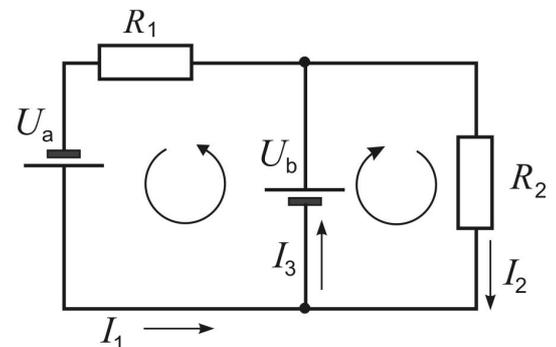
Da im Normalfall gilt $R_S \ll R_L$ ergibt sich in guter Näherung

$$P_S \cong \frac{U^2 R_S}{R_L^2} = I^2 R_S.$$

Man erkennt sofort, dass bei einer Verkleinerung des Lastwiderstandes und entsprechender Zunahme des Stromes die an der Sicherung anfallende Leistung rasch anwächst. Bei einer Dauerüberlastung durch einen zu geringen Lastwiderstand bzw. bei Kurzschluss schützt somit die Sicherung die Schaltung sowie die Spannungsquelle vor Schäden.

2.12.* Berechnen Sie für alle Bauelemente der nebenstehende Schaltung die elektrischen Leistungen.

Geg.: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $U_a = 3 \text{ V}$, $U_b = 4 \text{ V}$



Lösung: Unter Anwendung von Knoten- und Maschenregel erhält man das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 - I_3 &= 0 \\ R_1 I_1 &= U_a + U_b, \\ R_2 I_2 &= U_b \end{aligned}$$

aus dem sich leicht die drei Ströme ergeben

$$I_1 = \frac{U_a + U_b}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U_b}{R_2}, \quad I_3 = \frac{R_2(U_a + U_b) + R_1 U_b}{R_1 R_2}.$$

Die Leistung, die an den Widerständen abfällt, beträgt nach 2.24

$$P_1 = \frac{(U_a + U_b)^2}{R_1}, \quad P_2 = \frac{U_b^2}{R_2}.$$

Von beiden Spannungsquellen werden die Leistungen

$$P_a = \frac{(U_a + U_b)U_a}{R_1}, \quad P_b = \frac{R_2(U_a + U_b)U_b + R_1 U_b^2}{R_1 R_2}$$

entnommen. Mit den gegebenen Größen erhält man die Leistungen $P_1 = 4,9 \text{ W}$, $P_2 = 0,8 \text{ W}$, $P_a = 2,1 \text{ W}$, $P_b = 3,6 \text{ W}$. Die Summe der von den Spannungsquellen gelieferten Leistung ist offensichtlich gleich der gesamten Verlustleistung an den Widerständen. Das sollte nicht überraschen, diese Betrachtung war ja Ausgangspunkt für die Ableitung der Maschenregel. Genauer betrachtet, haben beide Teilsummen unterschiedliches Vorzeichen: Ströme und Spannungen sind in den Widerständen stets parallel gerichtet, in den Spannungsquellen stets antiparallel. Die Summe über alle Leistungen ist somit gleich Null. Das ist typisch für ein abgeschlossenes System.

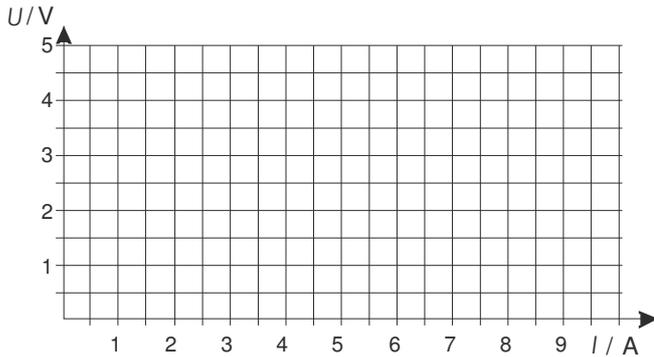
2.13. An die Klemmen einer Spannungsquelle wird ein variabler Lastwiderstand R_L angeschlossen. Strom I und Spannung U am Lastwiderstand werden für zwei verschiedene Werte von R_L gemessen.

a) Geben Sie eine Schaltung für diese Messung (mit Messgeräten) an, ersetzen Sie darin die reale Spannungsquelle durch eine solche mit der Ursprungung U_0 und dem Innenwiderstand R_i !

b) Stellen Sie die Strom-Spannungs-Kennlinie als Funktion $U(I)$ anhand der experimentellen Ergebnisse grafisch dar und entnehmen Sie hieraus die Ursprungung U_0 , den Innenwiderstand R_i und den Kurzschlussstrom I_k !

c) Berechnen Sie U_0 , R_i und I_k !

d) Wie groß ist die maximal erreichbare Leistung P_L , die bei geeigneter Wahl von R_L am Lastwiderstand umgesetzt werden kann? Führen Sie hierzu eine formale Extremwertbetrachtung durch.



	Messung 1	Messung 2
U	3,5 V	500m V
I	2 A	8 A