Lichttechnik

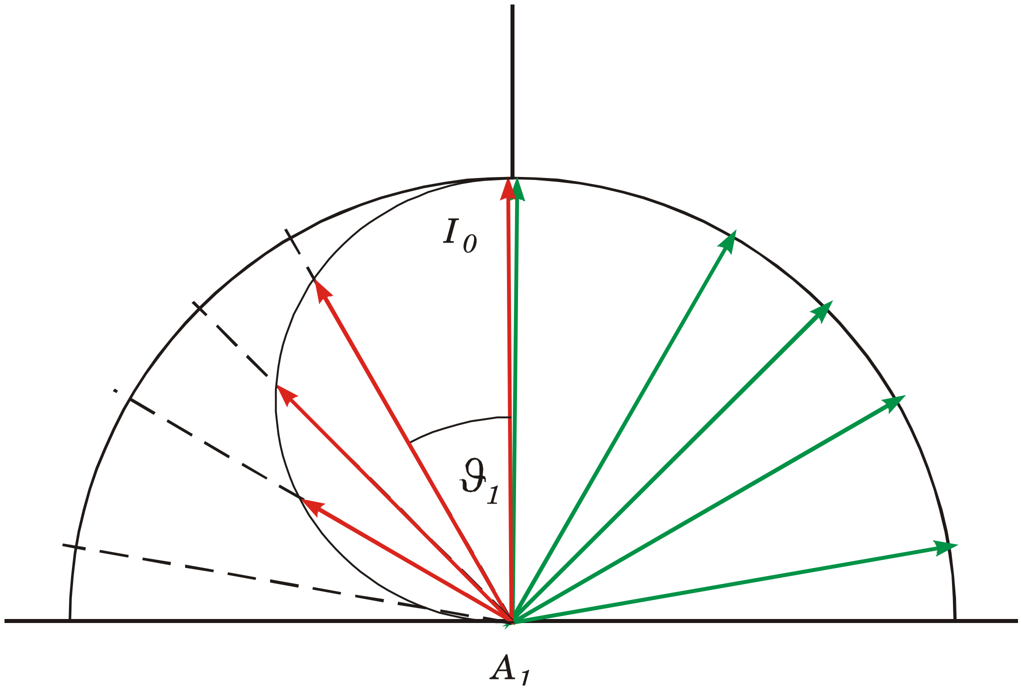
Lambertstrahler

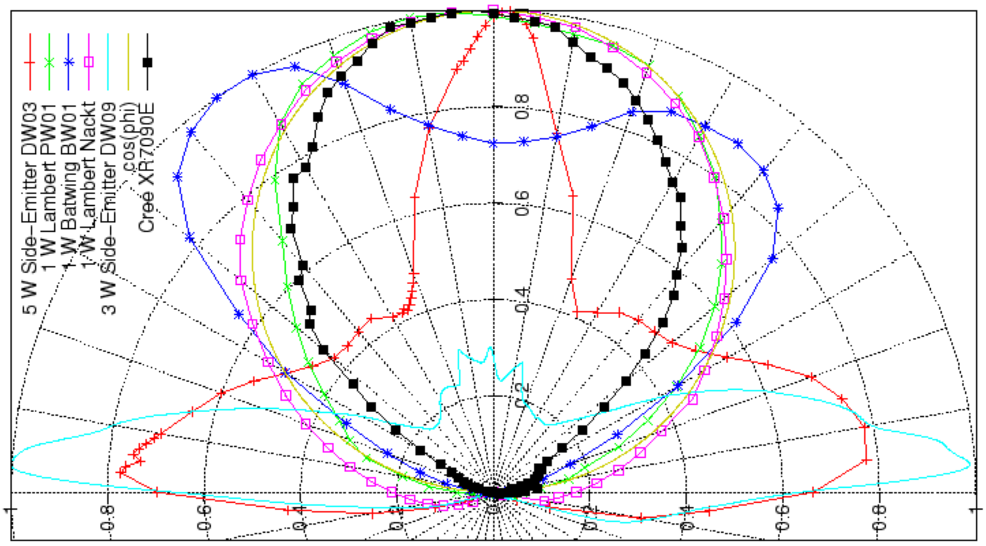
Strahlstärke

$I = I_0 \cdot \cos \vartheta_1$

Strahldichte

$L = \dfrac{I}{A_1 \cdot \cos \vartheta_1}$





Abstrahlverhalten von LED's, Quelle Olaf Schultze, Hamburg-Harburg
http://www.enhydralutris.de/Fahrrad/Beleuchtung/node140.html

Lichttechnik

Reflexion

spektral

$$\rho(\lambda) = \frac{\phi_r}{\phi_o} = \frac{\int I \, d\Omega}{\phi_o}$$

integral

$$\rho = \frac{\phi_r}{\phi_o} = \frac{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot \rho(\lambda) d\lambda}{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot d\lambda}$$

aktinisch

$$\rho_{akt} = \frac{\phi_{akt,r}}{\phi_{akt,o}} = \frac{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot \rho(\lambda) \cdot \varepsilon(\lambda) d\lambda}{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot \varepsilon(\lambda) d\lambda}$$

visuell

$$\rho_v = \frac{\phi_{v,r}}{\phi_{o,r}} = \frac{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot \rho(\lambda) \cdot V(\lambda) d\lambda}{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot V(\lambda) d\lambda}$$

Remission

$$\beta(\lambda) = \frac{I_p}{I_N} = \frac{\phi_p}{\phi_N}$$

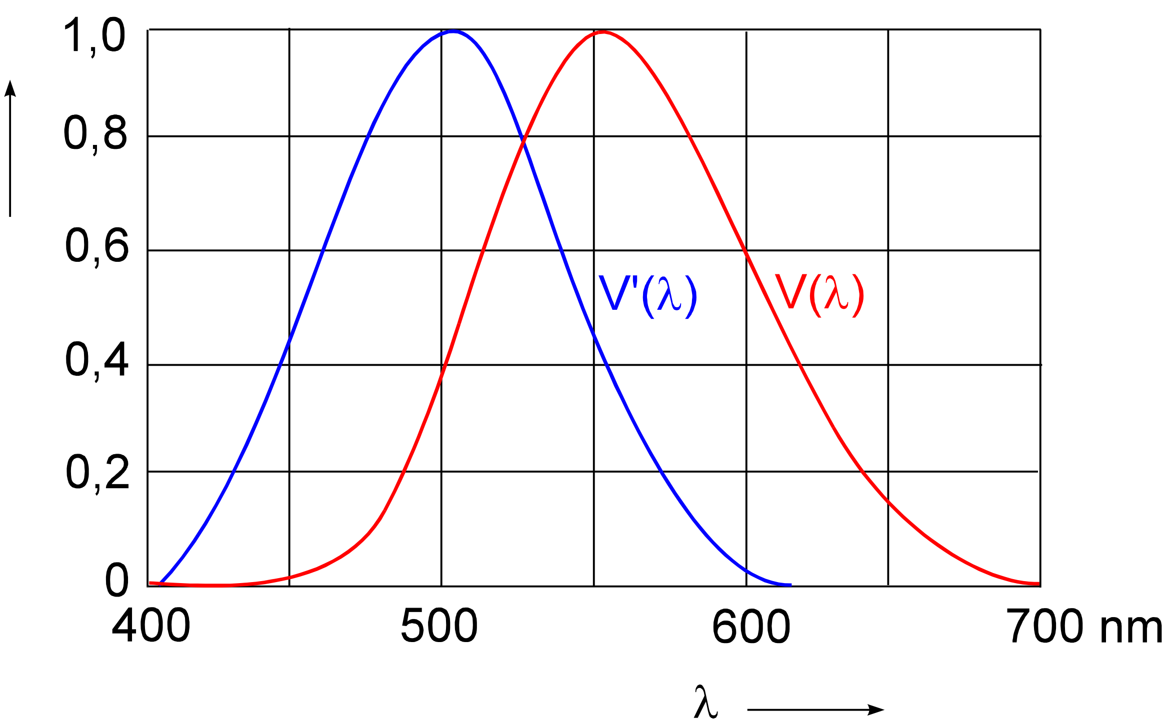
$$\beta = \frac{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot \beta(\lambda) d\lambda}{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot d\lambda}$$

$$\beta_{akt} = \frac{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot \varepsilon(\lambda) \cdot \beta(\lambda) d\lambda}{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot \varepsilon(\lambda) d\lambda}$$

$$\beta_v = \frac{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot \beta(\lambda) \cdot V(\lambda) d\lambda}{\int \frac{\partial\phi}{\partial\lambda} \cdot V(\lambda) d\lambda}$$

$$Y = 100 \cdot \beta_v$$

Spektrale Hellempfindlichkeit des Auges für Tagsehen V(λ) und für Nachtsehen V'(λ)



Die wichtigsten strahlungsphysikalischen Größen

Strahlungs-physikalische Größe X	vereinfacht	exakt	SI - Einheit
Strahlungsfluss ϕ	Strahlungsleistung		W
Spektraler Stahlungsfluß ϕ_λ		$\frac{d\phi}{d\lambda}$	W nm^{-1}
Strahldichte L	$\frac{I}{A_1 \cos \vartheta_1}$	$\frac{dI}{dA_1 \cos \vartheta_1}$	W/m^2 sr
Strahlstärke I	$I = \frac{\phi}{\Omega_1}$	$I = \frac{d\phi}{d\Omega_1}$	W/sr
Spezifische Ausstrahlung M	$M = \frac{\phi}{A_1}$	$M = \frac{d\phi}{dA_1}$	W/m^2
Bestrahlungsstärke E	$E = \frac{\phi}{A_2}$	$E = \frac{d\phi}{dA_2}$	W/m^2
Strahlungsmenge Q	$\phi \cdot \Delta t$	$Q = \int \phi dt$	Ws
Bestrahlung H	$H = \frac{Q}{A_2}$	$H = \frac{dQ}{dA_2}$	Ws/m^2

Die wichtigsten lichttechnischen Größen

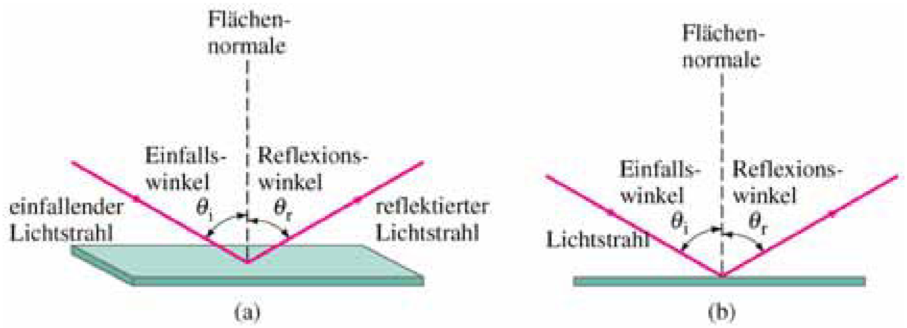
Größe X	vereinfacht	exakt	Einheit
Lichtstrom ϕ_V			Lumen lm lm = cd ·sr
Leuchtdichte L_V	$\frac{I_V}{A_1 \cos \vartheta_1}$	$\frac{dI_V}{dA_1 \cos \vartheta_1}$	cd/m^2
Lichtstärke I_V	$I_V = \frac{\phi_V}{\Omega_1}$	$I_V = \frac{d\phi_V}{d\Omega_1}$	Candela cd
Beleuchtungsstärke E_V	$E_V = \frac{\phi_V}{A_2}$	$E_V = \frac{d\phi_V}{dA_2}$	Lux lx lx = lm / m^2

$$X_v = C \int \frac{\partial X}{\partial \lambda} \cdot V(\lambda) d\lambda ; \quad \text{Lichttechnisches Äquivalent} \quad C = 683 \frac{lm}{W}$$

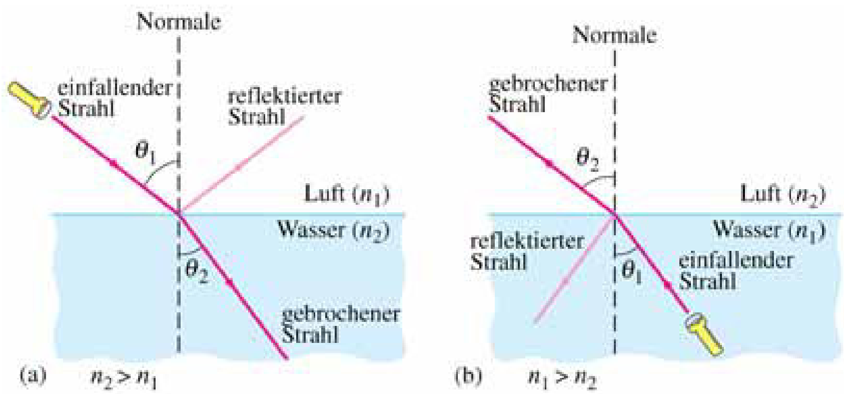
Tabellen nach Schröder: Technische Optik, Vogel-Buchverlag, Würzburg 1990

Geometrische Optik

Reflexionsgesetz



Brechungsgesetz



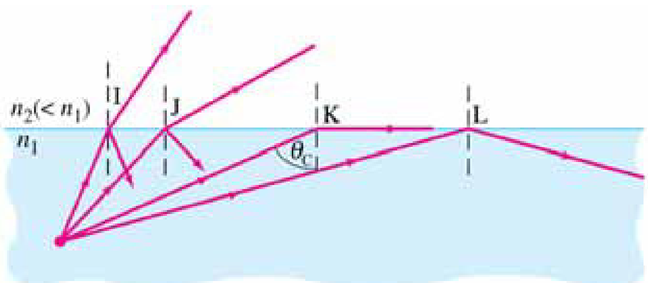
$$\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$$

Anwendungen: Totalreflexion und Lichtleitung

Grenzwinkel der Totalreflexion

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad ;\ \theta_2 = 90°$$

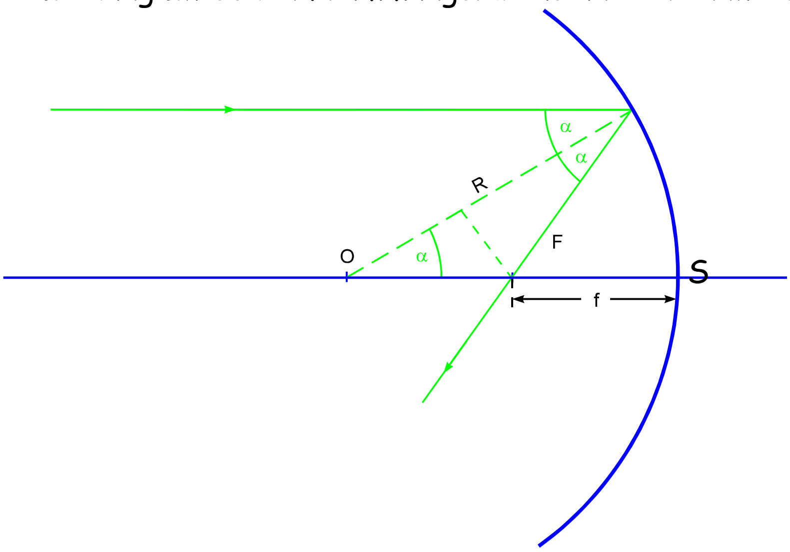
$$\sin\theta_G = \frac{n_2}{n_1}$$



Geometrische Optik - Optische Abbildung durch Reflexion

Konkavspiegel-Hohlspiegel

Ableitung der Beziehung zwischen Krümmungsradius und Brennweite



Betrachtet werden paraxiale Strahlen, d.h. $\alpha \ll 1$.

$$\cos\alpha = \frac{R}{2 \cdot OF}$$

$$OF = \frac{R}{2} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{R}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha}}$$

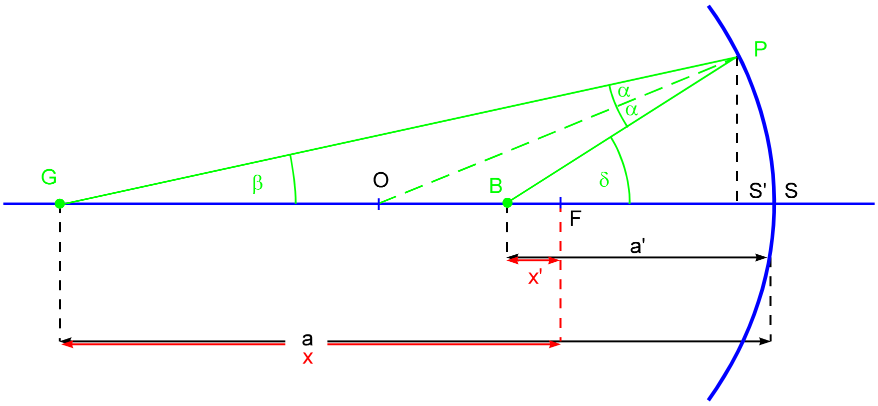
$$OF = \frac{R}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right) \quad \text{mit}\ \alpha \ll 1$$

$$\boxed{OF \approx \frac{R}{2}}$$

O- Krümmungsmittelpunkt
F- Brennpunkt
S – Scheitelpunkt
OS- Hauptachse, optische Achse

$FS = f$ Brennweite

Ableitung der Abbildungsgleichung für den Hohlspiegel



Voraussetzung: $SS' \ll OG, OB$

1. Betrachtet wird Dreieck GOP:

$\alpha + \beta + \varepsilon = 180°$ ε- Winkel GOP; θ dazugehöriger Außenwinkel

$\alpha + \beta = \theta$ (1)

2. Betrachtet wird Dreieck OBP:

$\theta + \alpha = \delta$ (2)

mit (1) folgt: $2\alpha + \beta = \delta$

$2\alpha = \delta - \beta$ (2')

(1) multipliziert mit dem Faktor 2 ergibt: $2\alpha + 2\beta = 2\theta$

einsetzen von (2') $\delta - \beta + 2\beta = 2\theta$

$\boxed{\delta + \beta = 2\theta}$

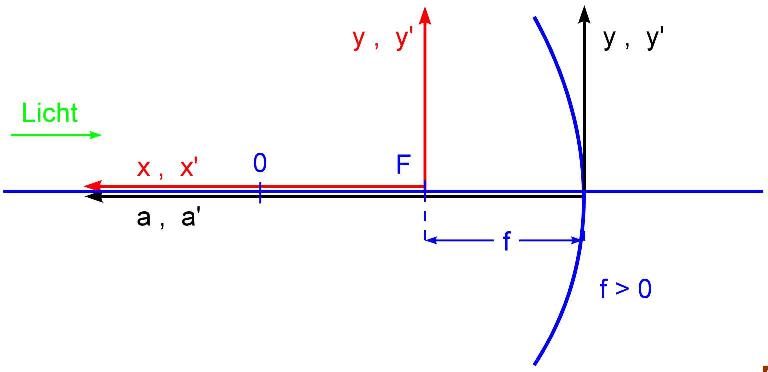
Für kleine Winkel gilt: $\beta = \frac{PS}{a}$; $\delta = \frac{PS}{a'}$; $\theta = \frac{PS}{r}$; $\frac{r}{2} = f$

Abbildungsgleichung: $\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}}$

Konkavspiegel - Hohlspiegel

Brennpunktkoordinaten **Scheitelpunktkoordinaten**

x , x' a , a'



Abbildungsgleichung in Scheitelpunktskoordinaten $\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}}$

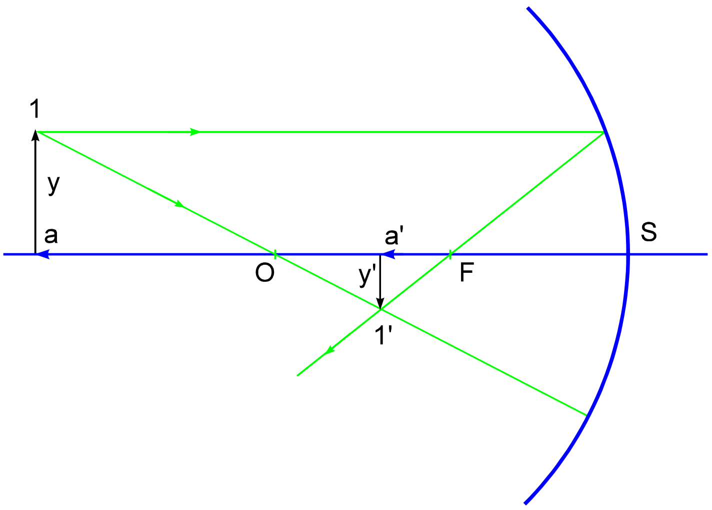
Abbildungsmaßstab $\boxed{\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}}$

Abbildungsgleichung in Brennpunktskoordinaten $\boxed{f^2 = xx'}$

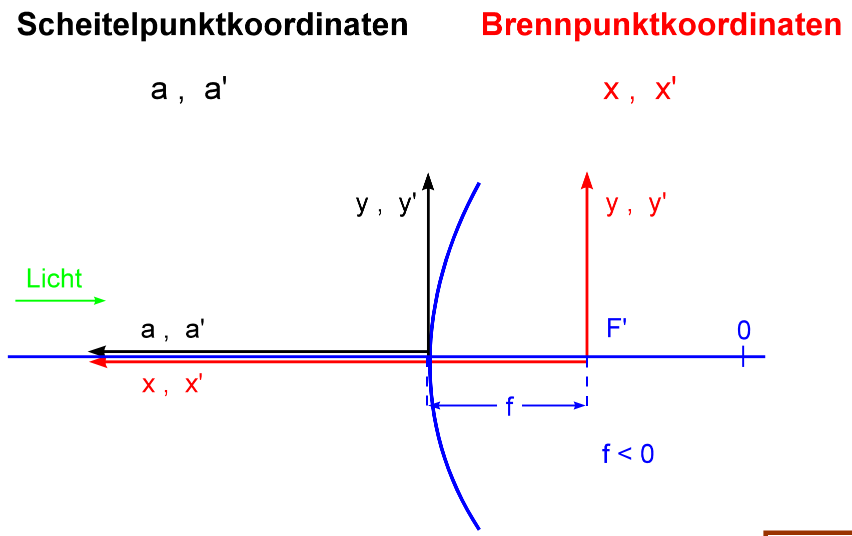
Abbildungsmaßstab $\boxed{\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f}}$; $\boxed{\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x}}$

Bildkonstruktion

1. Parallelstrahl wird zum Brennpunkstrahl
2. Mittelpunktstrahl durch O wird in sich selbst reflektiert
3. Brennpunktstrahl wird zum Parallelstrahl



Konvexspiegel – Wölbspiegel



Abbildungsgleichung in Scheitelpunktskoordinaten $\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}}$

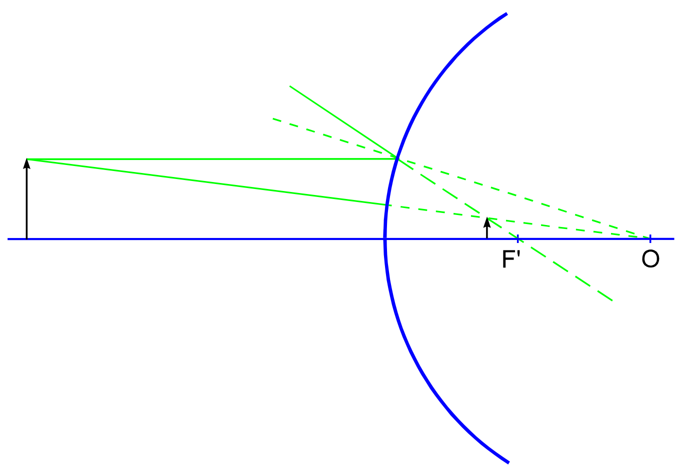
Abbildungsmaßstab $\boxed{\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}}$

Abbildungsgleichung in Brennpunktskoordinaten $\boxed{f^2 = xx'}$

Abbildungsmaßstab $\boxed{\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f}}$; $\boxed{\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x}}$

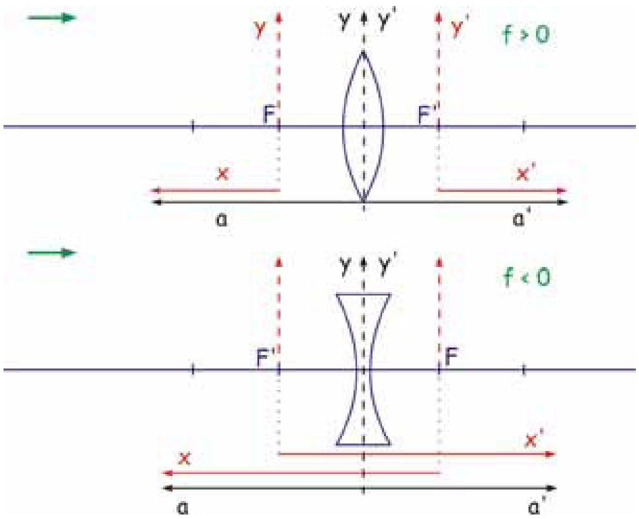
Bildkonstruktion

1. Parallelstrahl wird zum Brennpunkstrahl
2. Mittelpunktstrahl durch O wird in sich selbst reflektiert
3. Brennpunktstrahl wird zum Parallelstrahl



Geometrische Optik - Abbildung durch Brechung

Abbildungsgleichung für die dünne Linse



in Scheitelpunktskoordinaten

$$\boxed{\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)}\qquad\boxed{\beta=\frac{y'}{y}=-\frac{a'}{a}}$$

in Brennpunktkoordinaten $\quad a-f=x$

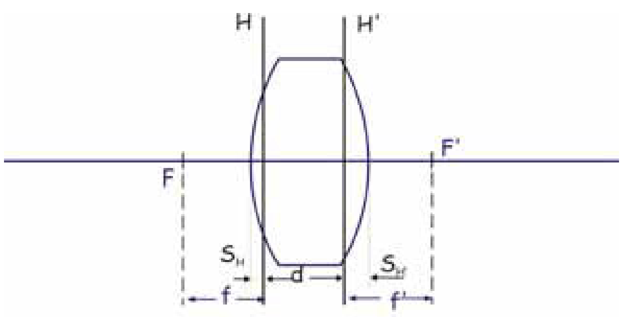
$$a'-f=x'$$

$$xx'=f^2\qquad \beta=\frac{y'}{y}=-\frac{x'}{f}=-\frac{f}{x}$$

Abbildungsgleichungen für die dicke Linse

$$\boxed{\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{1}{f}}$$

$$\boxed{\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+\left(\frac{(n-1)^2}{n}\right)\frac{d}{r_1 r_2}}$$

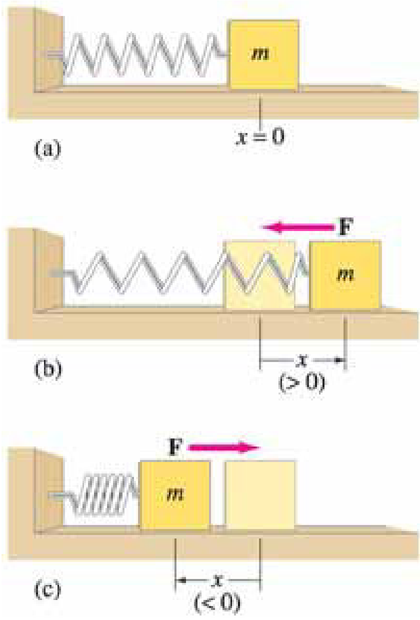


$$s_{H'}=-f'\frac{n_L-1}{n_L}\cdot\frac{d}{r_1}\qquad s_H=-f'\frac{n_L-1}{n_L}\cdot\frac{d}{r_2}$$

Schwingungen und Wellen

Bewegungsgleichung für die harmonische Schwingung

Beispiel: *Federschwinger*



$$\boxed{m\,a = m\,\ddot{x} = -k\,x}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$ DGL für die harmonische Schwingung

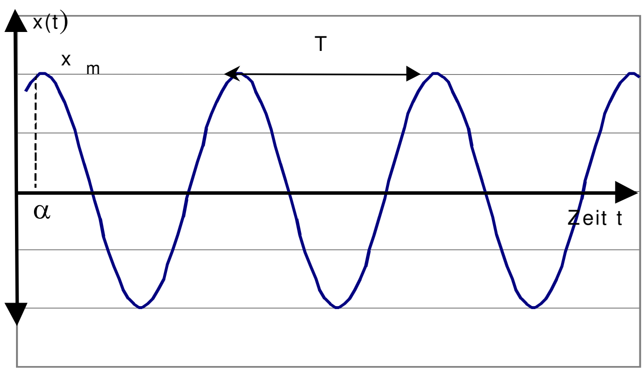
Lösungsansatz:

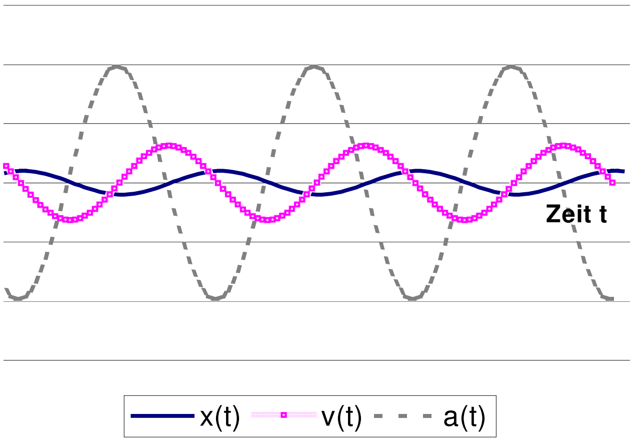
$$x(t) = x_m \cos(\omega_0\, t + \alpha)$$
$$\dot{x}(t) = -x_m\, \omega_0 \sin(\omega_0\, t + \alpha)$$
$$\ddot{x}(t) = -x_m\, \omega_0^2 \cos(\omega_0\, t + \alpha)$$

Charakteristische Gleichung: $-\omega_0^2 + \frac{k}{m} = 0$

Kreisfrequenz	*Schwingungsdauer*
$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Schwingungsamplitude x(t)





$$x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) = -x_m \, \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}(t) = -x_m \, \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

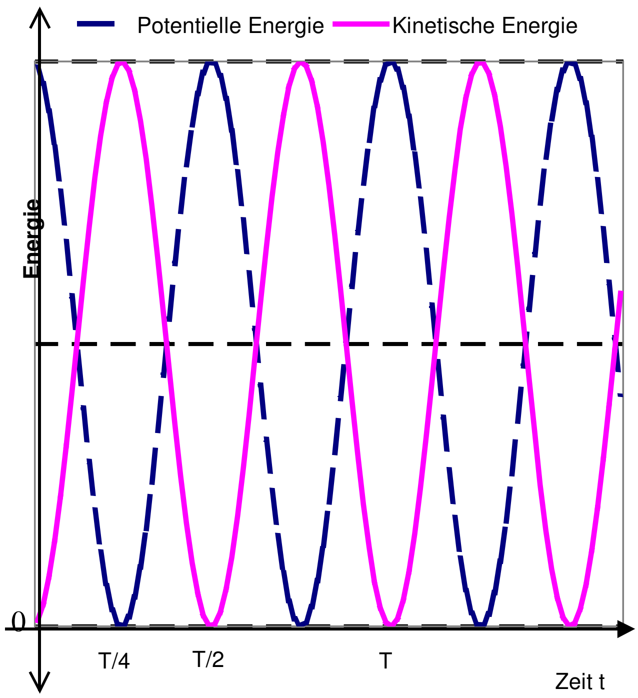
Energie des harmonischen Oszillators

$$\boxed{W_G = W_{pot} + W_{kin} = \frac{k}{2} x^2(t) + \frac{m}{2} v^2(t)}$$

$$W_{pot} = \frac{k}{2} x_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha)$$

$$W_{kin} = \frac{m}{2} x_m^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha)$$

$$W_G = \frac{k}{2} x_m^2 = \frac{m}{2} v_m^2$$



Energieerhaltung - Die Gesamtenergie ist zeitlich konstant.

Schwingungen und Welle - Interferenz

Überlagerung von Wellen gleicher Wellenlänge λ und gleicher Frequenz f, die sich in positiver Richtung ausbreiten:

$$x_1(t,r) = A_1 \cos(\omega t - kr_1) \qquad x_2(t,r) = A_2 \cos(\omega t - kr_2)$$

Überlagerung von Wellen mit gleicher Amplituden $A_1 = A_2$:

$$x(t,s) = x_1(t,r) + x_2(t,r) = A_1 \cos(\omega t - kr_1) + A_2 \cos(\omega t - kr_2)$$

$$x(t,r) = 2A\cos\left(\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{k(r_1 + r_2)}{2}\right) \text{ Näherung: } \frac{(r_1 + r_2)}{2} \approx r_0 = r$$

$$\boxed{x(t,r) = 2A\cos\left(\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right) \cdot \cos(\omega t - kr)}$$

$\Delta = r_2 - r_1$ *Gangunterschied*

$$x(t,r) = 2A\cos\left(\frac{k\Delta}{2}\right) \cdot \cos(\omega t - kr)$$

Im Abstand r wird eine Welle beobachtet, deren Amplitude abhängig von der Phasendifferenz $k\frac{\Delta}{2} = \frac{\pi\Delta}{\lambda}$ ist.

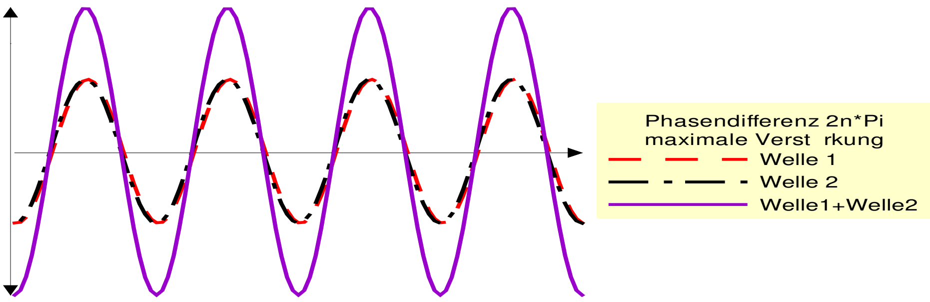


Abbildung : Die maximale Verstärkung entspricht also dem Gangunterschied von $\Delta = n\lambda$

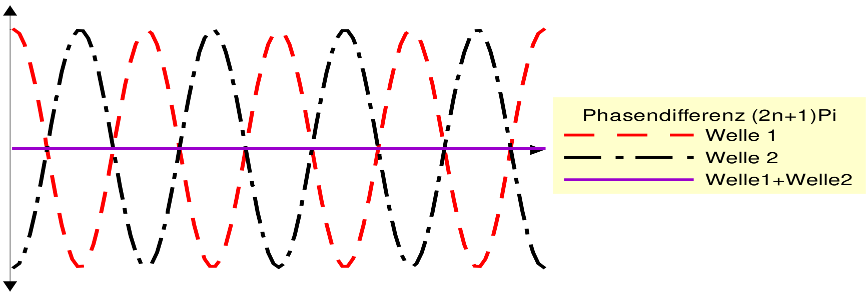
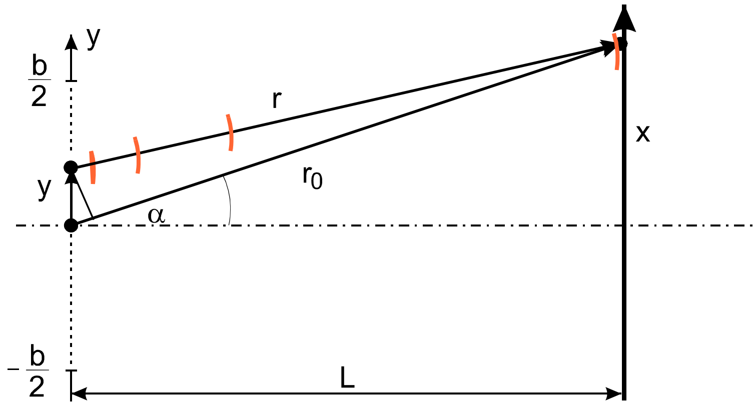


Abbildung : Auslöschung entspricht also dem Gangunterschied von $\Delta = (2n+1)\lambda/2$

Schwingungen und Wellen - Beugung am Spalt

Nach dem Huygens-Fresnelschen Prinzip ist jeder Punkt einer Wellenfront, die den Spalt erreicht Ausgangspunkt einer Elementarwelle (Kugelwelle). Vom Punkt y geht eine Kugelwelle aus, deren Amplitude im Punkt P wie folgt beschrieben wird:



$$U_y(P) = \frac{A}{r}\cos(\omega t - kr)$$

Für die Koordinate r gilt: $r = r_0 - y\sin\alpha$

Damit ergibt sich für U_y

$$U_y(P) = \frac{A}{r_0 - y\sin\alpha}\cos(\omega t - k(r_0 - y\sin\alpha))$$

Unter Anwendung der Additionstheoreme erhält man:

$$U_y(P) = \frac{A}{r_0 - y\sin\alpha}\left(\cos(\omega t - kr_0)\cos(ky\sin\alpha) + \sin(\omega t - kr_0)\sin(ky\sin\alpha)\right)$$

Mit der Näherung $r_0 - y\sin\alpha \approx r_0$ wird die Amplitude U_y zu:

$$U_y(P) = \frac{A}{r_0}\left(\cos(\omega t - kr_0)\cos(ky\sin\alpha) + \sin(\omega t - kr_0)\sin(ky\sin\alpha)\right)$$

Von jedem Punkt innerhalb des Spaltes gehen in gleicher Weise Elementarwellen aus. Die Gesamtwelle im Punkt P ergibt sich durch Integration über alle Teilwellen.

$$U(P) = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} U_y(P)\,dy$$

$$U(P) = \frac{A}{r_0}\left(\cos(\omega t - kr_0)\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\cos(ky\sin\alpha)dy + \sin(\omega t - kr_0)\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\sin(ky\sin\alpha)dy\right)$$

mit $C = \frac{A}{r_0}\cos(\omega t - kr_0)$ folgt

$$U(P) = C \cdot b \cdot \frac{\sin(k\frac{b}{2}\sin\alpha)}{k\frac{b}{2}\sin\alpha}$$ bzw. für die Intensität im Punkt P

$$\boxed{I(P) = |U(P)|^2 = |C \cdot b|^2 \cdot \frac{\sin^2(k\frac{b}{2}\sin\alpha)}{(k\frac{b}{2}\sin\alpha)^2}}$$

Das Resultat zeigt das Quadrat der sogenannten Spaltfunktion der Struktur sin (x)/x.

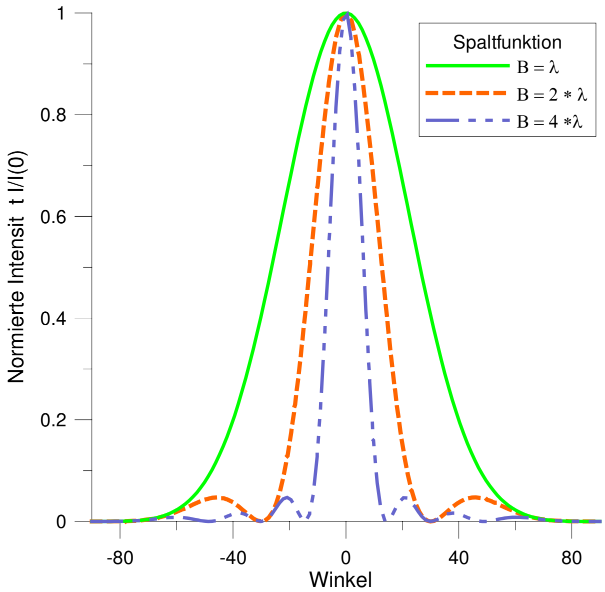


Abbildung: Normierte Intensität in Abhängigkeit von der Spaltbreite B

Aus der Diskussion der Eigenschaften der Spaltfunktion ergibt sich für die Position der Minima.

$$\boxed{\sin\alpha = m\frac{\lambda}{b}}$$

Für kleine Winkel α gilt $\sin\alpha \approx \tan\alpha = \frac{x}{L}$.

Schwingungen und Wellen

Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von der Temperatur

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$$

c - Schallgeschwindigkeit
κ - Adiabatenkoeffizient
p – mittlerer Druck
ρ - mittlere Dichte

Zustandsgleichung idealer Gase

$$pV = mR'T$$

V – Volumen
T – absolute Temperatur
R' – Spezifische Gaskonstante

$$\frac{p}{\rho} = R'T$$

$$c = \sqrt{\kappa R'T}$$

$$c = \sqrt{\kappa R'(T_0 + \frac{\vartheta}{°C}K)}$$

$$c = \sqrt{\kappa R'T_0(1 + \frac{\vartheta}{°C\,T_0}K)}$$

ϑ - Temperatur in °C
$T = T_0 + (\vartheta\ /°C)K$

Reihenentwicklung für den meteorologischen Temperaturbereich

$$c = \sqrt{\kappa R'T_0}(1 + \frac{1}{2}\frac{\vartheta}{°C\,T_0}K)$$

$$c = 331\ ms^{-1}\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{\vartheta}{273{,}15°C}\right)$$

Zahlen:
κ = 1,4 für Luft
T_0 = 273,15 K
R' = 287 J/(kg K)

$$\boxed{c = \left(331 + 0{,}6\frac{\vartheta}{°C}\right)ms^{-1}}$$

Schwingungen und Wellen - Akustischer Doppler-Effekt

Quelle	Beobachter	beobachtete Frequenz
•	←●	$f_B = f_Q(1 + \frac{v_B}{c})$
•	●→	$f_B = f_Q(1 - \frac{v_B}{c})$
●→	•	$f_B = \frac{f_Q}{(1 - \frac{v_Q}{c})}$
←●	•	$f_B = \frac{f_Q}{(1 + \frac{v_Q}{c})}$
●→	←●	$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c - v_Q}$
←●	●→	$f_B = f_Q \frac{c - v_B}{c + v_Q}$
←●	←●	$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c + v_Q}$
●→	●→	$f_B = f_Q \frac{c - v_B}{c - v_Q}$

Doppler Effekt mit elektromagnetischen Wellen (LICHT)

v-Relativgeschwindigkeit zwischen Quelle und Beobachter

- sich entfernende (Quelle) $f_B = f_Q \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$
- sich nähernde (Quelle) $f_B = f_Q \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$