

Formelsammlung

Bewegung auf einer Geraden

Geschwindigkeit

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

Beschleunigung

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x$$

Spezielle Ort-Zeit-Funktionen:

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$x = \frac{a_x}{2} t^2 + v_{x0} t + x_0$$

Harmonische Schwingung

$$x = x_m \cos(\omega t + \alpha)$$

Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi f = 2\pi / T$$

Bewegung in der Ebene

Kreisbewegung:

Kreisbogen

$$s = \varphi r$$

Bahngeschwindigkeit

$$v = \dot{\varphi} r = \omega r$$

Tangentialbeschleunigung

$$a_s = \ddot{\varphi} r = \alpha r$$

Radialbeschleunigung

$$a_r = \omega^2 r = v^2 / r$$

Bewegungsgleichung

Grundgesetz der Mechanik

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad F_x = m a_x$$

Impuls

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad p_x = m v_x$$

Kraftstoß

$$\Delta \vec{p} = \int \vec{F} dt \quad p_{x2} - p_{x1} = \int_{t_1}^{t_2} F_x dt$$

Arbeit, Energie, Leistung

Arbeit längs eines Weges

$$W = \int \vec{F} d\vec{r} \quad \vec{F} d\vec{r} = F_s ds = F \cos \alpha ds$$

Verschiebungsarbeit

$$W' = -W = \Delta W_p$$

Potentielle Energie

$$E_p(\vec{r}) - E_p(\vec{r}_0) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} d\vec{r}$$

Kinetische Energie

$$E_k = \frac{m}{2} v^2$$

Leistung

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \vec{v} = F_s v$$

Energieerhaltungssatz der Mechanik

$$E_k(v) + E_p(r) = E_0 = \text{const}$$

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

Potentielle Energien spezieller Kräfte:

Gewichtskraft

$$F_z = -mg \quad E_p = mgz$$

Federkraft

$$F_x = -kx \quad E_p = \frac{k}{2} x^2$$

Gravitationskraft

$$F_r = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad E_p = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}$$

Impulserhaltungssatz

Impulserhaltungssatz

$$\sum m_k \vec{v}_k = \vec{p}_0 = \text{const}$$

Massenmittelpunkt

$$\vec{r}_M = \frac{\sum m_k \vec{r}_k}{\sum m_k}$$

Gerader Stoß

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

Geschwindigkeit zweier Körper nach dem Stoß:

vollkommen unelastisch

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

vollkommen elastisch

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Bewegungsgleichung bei veränderlicher Masse

$$m a_x = F_x + v_x \frac{dm}{dt}$$

Statik

Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad |\vec{M}| = Fr \sin \alpha$$

Gleichgewicht:

Starrer Körper

$$\sum \vec{F}_k = 0 \quad \sum \vec{M}_k = 0$$

Rotation starrer Körper

Winkelgeschwindigkeit

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Winkelbeschleunigung

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Grundgesetz

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Feste Achse

$$\vec{M}_A = J_A \vec{\alpha}$$

Drehimpuls

$$\vec{L}_A = J_A \vec{\omega}$$

Impulsmoment

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} \quad |\vec{L}| = rmv \sin \alpha$$

Arbeit

$$W = \int M_A d\varphi$$

Kinetische Energie

$$E_k = \frac{J_A}{2} \omega^2$$

Drehimpulserhaltungssatz

$$\sum_k \vec{L}_{Ak} = \text{const}$$

Trägheitsmoment

$$J_A = \int r^2 dm$$

Satz von Steiner

$$J_A = J_S + ms^2$$

Spezielle Trägheitsmomente:

Vollzylinder

$$J_S = \frac{1}{2} mr^2$$

Vollkugel

$$J_S = \frac{2}{5} mr^2$$

Hohlkugel (dünnwandig)

$$J_S = \frac{2}{3} mr^2$$

Stab (dünn)

$$J_S = \frac{1}{12} ml^2$$

Drehmoment einer Drillachse

$$M_A = -D\varphi$$

Schwingungsdauer:

Physikalisches Pendel

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{mgs}}$$

Drehschwingung

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{D}}$$

Äußere Reibung

Haftreibung

$$F_R \leq \mu_0 F_n$$

Gleitreibung

$$F_R = \mu F_n$$

Rollreibung

$$F_R = \frac{\mu'}{r} F_n$$

Verformung fester Körper

Hookesches Gesetz:

Dehnung

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} \quad \sigma = \frac{F_n}{A}$$

Kompression

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{p}{K}$$

Scherung

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad \tau = \frac{F_t}{A}$$

Querkontraktion

$$\frac{\Delta b}{b} = -\mu \frac{\Delta l}{l}$$

Zusammenhang der elastischen Konstanten

$$E = 3K(1 - 2\mu) = 2G(1 + \mu)$$

Biegung des Balkens:

Flächenmoment 2. Grades

$$J_F = \int \eta^2 dA$$

Biegungspfeil (Last am Ende)

$$\delta = \frac{l^3}{3EJ_F} F$$

Ruhende Flüssigkeiten und Gase

Druck

$$p = \frac{F}{A}$$

Schweredruck

$$p = \rho gh$$

Barometrische Höhenformel

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g z}{p_0}}$$

Strömung der idealen Flüssigkeit

Kontinuitätsgleichung

$$Av = \frac{dV}{dt} = l = \text{const}$$

Bernoullische Gleichung

$$p + \rho gz + \frac{\rho}{2} v^2 = p_0 = \text{const}$$

Strömung realer Flüssigkeiten

Laminare Strömung (Newton)

$$F_R = \eta A \frac{dv}{dh}$$

Stokessches Gesetz

$$F_R = 6\pi\eta r v$$

Hagen-Poiseuillesches Gesetz

$$F_R = 8\pi\eta l \bar{v}$$

Widerstandsgesetz

$$F_R = c_W \frac{\rho}{2} v^2 A$$

Reynoldssche Zahl

$$Re = \frac{\rho l v}{\eta}$$

Harmonische Schwingungen

Differentialgleichung

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Ort-Zeit-Funktion

$$x = x_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

Kreisfrequenz

$$\omega_0 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Periodendauer verschiedener Systeme:

Federschwingung

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Mathematisches Pendel

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Physikalisches Pendel

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{mgs}}$$

Drehschwingung

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{D}}$$

Elektrischer Schwingkreis

$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

Gedämpfte Schwingungen

Differentialgleichung

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Ort-Zeit-Funktion

$$x = x_A e^{-\delta t} \cos(\omega t + \alpha) \quad \omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2$$

Abklinggesetz

$$\frac{x(t+T)}{x(t)} = e^{-\delta T}$$

Verhältnis der Maximalausschläge

$$\frac{x_{i+n}}{x_i} = e^{-n\delta T}$$

Logarithmisches Dekrement

$$\Lambda = \delta T$$

Federschwingung

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad \delta = \frac{r}{2m}$$

Erzwungene Schwingung

Differentialgleichung

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_m}{m} \cos \omega t$$

Ort-Zeit-Funktion (eingeschwungener Zustand)

$$x = x_m \cos(\omega t - \alpha)$$

Amplitude

$$x_m = \frac{F_m / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$$

Äußere Erregung

$$\frac{F_m}{m} = \xi_m \omega_0^2$$

Phasendifferenz

$$\tan \alpha = \frac{2\omega \delta}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Wellenausbreitung

Wellenfunktion

$$\eta(t, x) = \eta_m \cos(\omega t \pm kx + \alpha)$$

Wellenzahl und Kreisfrequenz

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Phasengeschwindigkeit

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Wellengleichung

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

Kalorimetrie, thermische Ausdehnung

Längenausdehnung

$$l = l_0(1 + \alpha \vartheta)$$

Volumenausdehnung

$$V = V_0(1 + \gamma \vartheta) \quad \gamma = 3\alpha$$

Wärmebilanz

$$\sum Q_{\text{auf}} = \sum Q_{\text{ab}}$$

Wärme

$$Q = mc \Delta T$$

Umwandlungswärme

$$Q = mq$$

Wärmeausbreitung

Wärmeleitung

$$\dot{Q} = \lambda \frac{A}{l} \Delta T$$

Wärmeübergang

$$\dot{Q} = \alpha A \Delta T$$

Wärmedurchgang

$$\dot{Q} = kA \Delta T$$

Wärmedurchgangskoeffizient

$$\frac{1}{k} = \sum \frac{l_i}{\lambda_i} + \sum \frac{1}{\alpha_j}$$

Zustandsänderung - Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Thermische Zustandsgleichung

$$pV = mR'T = \nu RT$$

Kalorische Zustandsgleichung

$$U = mc_V T$$

Ausdehnungsarbeit

$$W = -\int p dV$$

Erster Hauptsatz der Wärmelehre

$$\Delta U = Q + W \quad \Delta U = Q - \int p dV$$

Poissonsche Gleichung

$$pV^\kappa = \text{const}$$

Zusammenhang der Konstanten

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad R' = c_p - c_v$$

Enthalpie

$$H = U + pV$$

Entropie

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

Entropieänderung beim idealen Gas

$$S_2 - S_1 = mc_V \ln \frac{T_2}{T_1} + mR' \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Carnotscher Kreisprozeß

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{Q_h + Q_t}{Q_h} = \frac{T_h - T_t}{T_h}$$

Leistungsverhältnis:

Wärmepumpe

$$\varepsilon_W = \frac{|Q_h|}{|Q_h| - |Q_t|} = \frac{T_h}{T_h - T_t}$$

Kältemaschine

$$\varepsilon_K = \frac{|Q_t|}{|Q_h| - |Q_t|} = \frac{T_t}{T_h - T_t}$$

Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Entropieänderung im abgeschlossenen System beim

irreversiblen Prozeß

$$\Delta S > 0$$

reversiblen Prozeß

$$\Delta S = 0$$