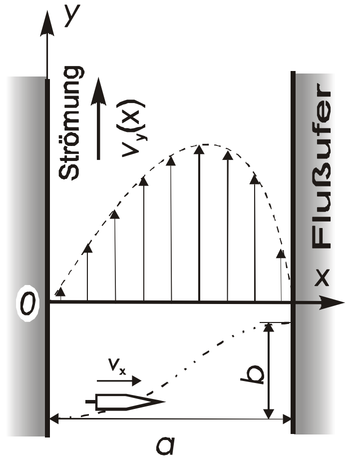
Mehrdimensionale Kinematik ist Prüfungsschwerpunkt!
Nachfolgend einige Aufgaben aus früheren Prüfungen. Es wird dringend empfohlen, diese ÜA zu lösen

11.) {2*06} Ein Fluss hat die Breite a. Er wird von einem Boot mit der konstanten Eigengeschwindigkeit v_B überquert. Die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses ($v_F = v_y$) hängt vom Abstand zum Ufer ab:

$$v_y(x) = v_m\left(\frac{x}{a} - \frac{x^3}{a^3}\right).$$



a) Schreiben Sie die Geschwindigkeit des Bootes vektoriell auf, wenn es senkrecht auf das andere Ufer zusteuert ($v_B = v_x$).
b) Berechnen Sie die Ortskoordinaten $x(t)$, $y(t)$ des Bootes während der Überfahrt.
c) Um welche Strecke b wird das Boot bis zum Erreichen des gegenüberliegenden Ufers abgetrieben?

geg.: a, v_B, v_m

Ergebnis: c) $b = \dfrac{v_m a}{4 v_B}$

14.) {3} Ein Sportflieger möchte mit einem Motorflugzeug starten, um ein Ziel in östlicher Richtung (Kurs 90°) möglichst schnell zu erreichen. Der Wind kommt genau aus Norden (aus 0°), wobei er in der Höhe stärker wird $v_w = v_w(h)$, aber seine Richtung <u>nicht</u> ändert. Der Pilot will den Umstand ausnutzen, dass die optimale Reisegeschwindigkeit seines Flugzeuges (gegenüber der umgebenden Luft) infolge der abnehmenden Luftdichte mit der Höhe zunimmt $v_F = v_F(h)$.
a) Welchen Kurs (Richtung der Längsachse des Flugzeugs) muss er wählen, damit er in einer Flughöhe von 1000 m unter Berücksichtigung des Seitenwindes genau nach Osten fliegt?
b) Welches wäre im Hinblick auf maximale Geschwindigkeit über Grund in Richtung Osten die optimale Flughöhe (Extremwertbetrachtung durchführen)?

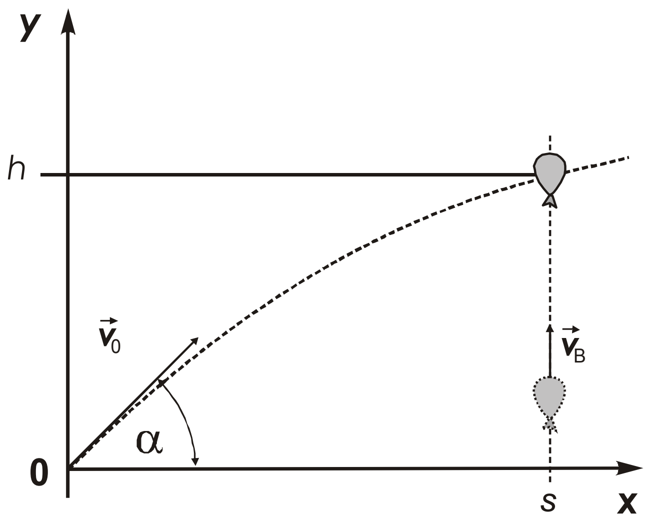
Gegeben: $v_W = v_{W0}\left(1 + \dfrac{h}{H_W}\right)$, $v_F = v_{F0}\sqrt{1 + \dfrac{h}{H_F}}$, wobei $v_{W0} = 20\,\text{km/h}$, $H_W = 500\,\text{m}$, $v_{F0} = 200\,\text{km/h}$, $H_F = 5500\,\text{m}$

Ergebnis: b) 1770 m

15.) {02*02} Ein Freiballon wird mit Gas gefüllt und steigt zunächst mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_{y0} = 2\text{m/s}$ auf. Durch ein Leck in der Ballonhülle verliert er jedoch kontinuierlich an Traggas, wodurch sich seine Aufstiegsgeschwindigkeit kontinuierlich um 0,12m/s je Minute verringert. Schließlich beginnt der Ballon wieder zu sinken und landet endlich.
Der Bodenwind weht in Richtung Osten (x-Richtung) mit $v_{w0} = 3\text{m/s}$. Allerdings nimmt er je 100 m Höhenzunahme um 0,6m/s zu, ohne jedoch die Richtung zu ändern.
a) Wie lautet die Geschwindigkeit v_y des Ballons als Funktion der Zeit?
b) Wie lautet die Geschwindigkeit v_x des Ballons als Funktion der Höhe und der Zeit?
c) Geben Sie den Ortsvektor $\boldsymbol{s}(t)$ an.
d) Wie lange dauert der Flug, wie weit ist der Landeplatz vom Startplatz entfernt, welches ist die maximale Flughöhe?

Ergebnis: d) $t_E = 2000$ s; $x(t_E) = 14$ km; $y(t_E/2) = 1000$ m

20.) {2*07} Ein Luftballon steigt mit der konstanten Geschwindigkeit v_B senkrecht auf. Im selben Augenblick, in welchem er frei gelassen wird, schießt ein im Abstand s vom Ballonstartplatz stehender Schütze einen Pfeil ab in der Absicht, den Luftballon zu treffen. Der Schütze wählt stets einen Abschusswinkel von α gegen die Horizontale und spannt den Bogen dabei so, dass der Pfeil mit der passend gewählten Anfangsgeschwindigkeit $v_P(0) = v_0$ losfliegt, um den Ballon zu treffen. Die Bewegung des Pfeils ist als reibungsfrei anzusehen (analog zum schrägen Wurf im Vakuum).



a) Geben Sie die Vektoren der Geschwindigkeiten $\vec{v}_B$, $\vec{v}_P(t)$ sowie die Ortsvektoren $\vec{r}_B(t)$, $\vec{r}_P(t)$ von Ballon und Pfeil formal an.

b) Eine Bedingung für den Erfolg ist die richtige Abschussgeschwindigkeit v_0. Bestimmen Sie diese bei gegebenem Abschusswinkel α.

c) Nach welcher Flugzeit t' und in welcher Höhe h trifft der Pfeil den Ballon?

geg.: α, v_B, s

Ergebnis: $h = \dfrac{v_B \cdot s}{\cos\alpha} \cdot \dfrac{1}{\dfrac{v_B}{2\sin\alpha} \pm \sqrt{\left(\dfrac{v_B}{2\sin\alpha}\right)^2 + \dfrac{g \cdot s}{2\sin\alpha \cdot \cos\alpha}}}$