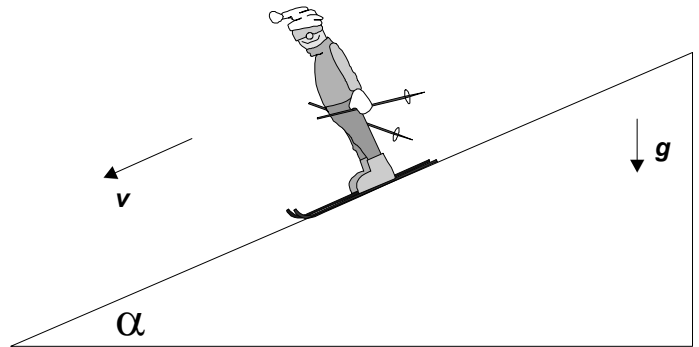


Übungsaufgaben 4 Dynamik 2

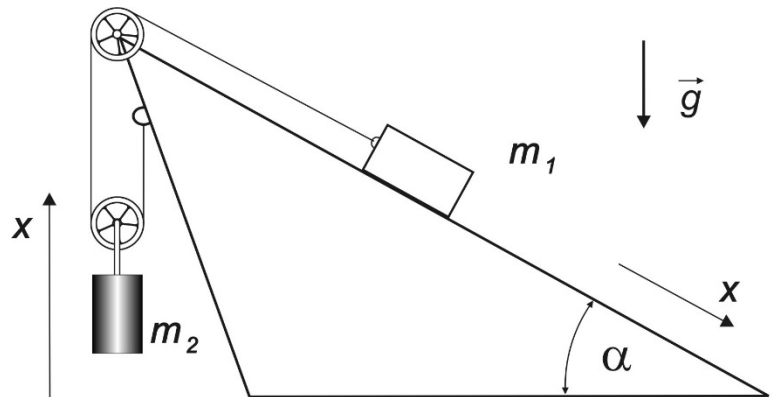
1. {2 *00} Ein Skiläufer (Masse m) fährt einen um den Winkel α geneigten Hang hinab. Die Gleitreibungszahl beträgt μ . Der Luftwiderstand sei proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit: $F_L = k \cdot v^2$ (k ist konstant). Bei der Geschwindigkeit v_0 beträgt der Luftwiderstand F_{L0} .



- Tragen Sie in einer Skizze die am Skiläufer angreifenden Kräfte an und benennen Sie die Kräfte!
- Geben Sie die Bewegungsgleichung (in skalarer Form) an!
- Berechnen Sie mit den angegebenen Werten die Höchstgeschwindigkeit v_E , die der Skiläufer erreichen kann!

Gegeben: $m = 70 \text{ kg}$, $\alpha = 30^\circ$, $\mu = 0,08$, $v_0 = 0,5 \text{ m/s}$, $F_{L0} = 0,35 \text{ N}$

2.a) Ein Felsblock der Masse m_1 befindet sich auf einer schiefen Ebene und ist mittels eines Seils über je eine feste und eine lose Rolle mit einer Masse m_2 gekoppelt. Für Haft- bzw. Gleitreibung sind die Reibungskonstanten μ_H und μ_G gegeben.



- Zeichnen Sie für den Fall des nach unten gleitenden Felsblocks die an diesem angreifenden eingprägten Kräfte ein und benennen Sie diese mit Symbol und Namen.
- Unter welcher Bedingung (Beziehung zwischen den gegebenen Größen) befindet sich die Anordnung im Gleichgewicht? Bestimmen Sie hierzu die Masse m_2' , bei deren Unterschreitung der Felsblock nach unten gleiten würde, sowie die Masse m_2'' , bei deren Überschreitung der Felsblock nach oben gleiten würde.
- Bestimmen Sie für den Fall des nach oben gleitenden Felsblocks ($m_2 > m_2''$) die Beschleunigung a_{1x} .

Hinweis: Vernachlässigen Sie die Einflüsse von Seil- und Rollenmassen.

Geg.: g , m_1 , m_2 , α , μ_H , μ_G

2.b) analog mit umgekehrten Bewegungsrichtungen

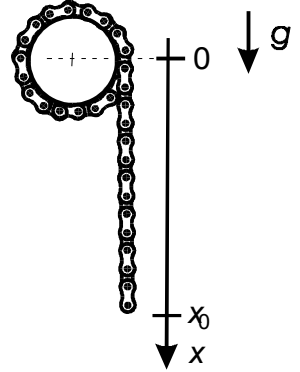
3.) Eine dünne, lange Kette der Länge l und der Masse m liegt auf einer Tischplatte. Zunächst hängt ein Stück der Kette bis zur Länge x_0 über der Tischkante herunter. Wenn zu $t_0 = 0$ die Kette freigegeben wird, rutscht sie über der Tischkante ab.

Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf für den Zeitraum des Abrutschens ($x_0 \leq x(t) \leq l$) unter Berücksichtigung der Gleitreibung auf der Tischplatte mit dem Gleitreibungskoeffizienten μ . Und bestimmen Sie die Zugkraft, welche die Kette an der Tischkante überträgt. Wieviel % der Kettenlänge müssen am Anfang mindestens überhängen, damit die Kette ins Rutschen gerät?



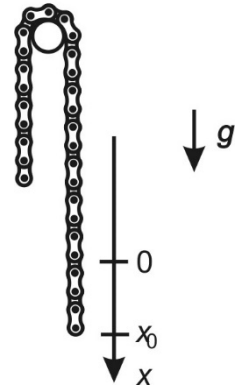
4.) Eine Kette der Länge l ist auf einer masselosen kleinen Rolle aufgewickelt. Ein Kettenende ist um die Länge x_0 länger als im Gleichgewicht, für das gelte $x=0$. Die zunächst ruhige Kette wird bei $t = 0$ frei gelassen und rollt reibungsfrei unter dem Einfluß ihres Gewichtes ab.

- Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf für die abrollende Kette (gültig für Werte $x < l$).
- Geben Sie eine allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung an.
- Geben Sie die für die oben angegebene Situation gültige spezielle Lösung an.
- Stellen Sie $x(t)$ für die spezielle Lösung grafisch dar.



5.) Eine Kette der Länge l hängt über einer masselosen kleinen Rolle. Ein Kettenende ist um die Länge x_0 länger als im Gleichgewicht, für das gelte $x=0$. Die zunächst ruhige Kette wird bei $t = 0$ frei gelassen und rollt reibungsfrei unter dem Einfluß ihres Gewichtes ab.

- Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf für die abrollende Kette (gültig für Werte $x < l/2$).
- Geben Sie eine allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung an.
- Geben Sie die für die oben angegebene Situation gültige spezielle Lösung an.
- Stellen Sie $x(t)$ für die spezielle Lösung grafisch dar.

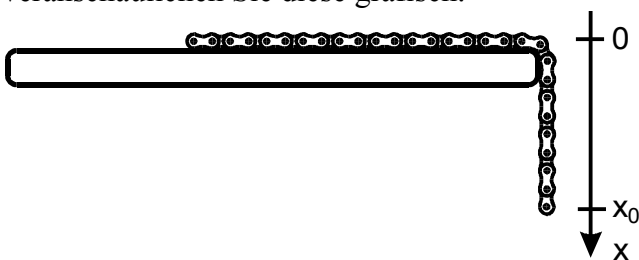


Spezial für Studenten der SG AMB:

Die Lösung sollte von einem Studenten vorgetragen werden!

6.) {3} Eine dünne, lange Kette der Länge l und der Masse m liegt auf einer Tischplatte. Zunächst hängt ein Stück der Kette bis zur Länge x_0 über der Tischkante herunter. Wenn zu $t_0 = 0$ die Kette freigegeben wird, rutscht sie über der Tischkante ab.

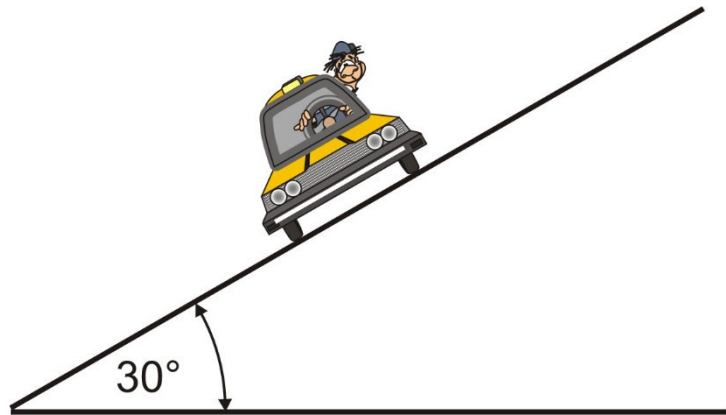
- Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf für den Zeitraum des Abrutschens ($x_0 \leq x(t) \leq l$) unter Berücksichtigung der Gleitreibung auf der Tischplatte mit dem Gleitreibungskoeffizienten μ .
- Geben Sie die allgemeine Lösung $x(t)$ dieser *inhomogenen Diff.-Glg.* an.
- Geben Sie die spezielle Lösung $x(t)$ an, die den Nebenbedingungen $x(0) = x_0$ sowie $v(0) = 0$ entspricht und veranschaulichen Sie diese grafisch.



7. {3} Sie sehen zu, wie ein Auto in eine horizontal verlaufende Kurve fährt, die bei einem Kurvenradius $R = 100\text{m}$ eine seitliche Überhöhung mit dem Winkel $\alpha=30^\circ$ aufweist. Tragen Sie die in diesem Bezugssystem auftretenden **eingepprägten** Kräfte in die Skizze ein, benennen Sie diese Kräfte. Bei welcher Geschwindigkeit des Fahrzeugs treten gerade keine Seitenführungskräfte auf?

Wie schnell darf das Fahrzeug bei gleichförmiger Kreisbewegung gerade noch fahren, damit es bei dieser Überhöhung nicht aus der Kurve getragen wird, wenn der Haftreibungskoeffizient

$$\mu_H = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577 \text{ beträgt?}$$



10.) {3} In einem Vorlesungsexperiment „Zentrifugalküvette“ wird eine mit Flüssigkeit gefüllte Flachküvette der Breite $2b = 13,9\text{ cm}$ in Rotation versetzt. Es wird gezeigt, dass sich eine parabolische Form der Flüssigkeitsoberfläche herausbildet, welche der Funktion

$$y(x) = \frac{\omega^2}{2g}(x^2 + C) \text{ genügen sollte (Ableitung in der Vorlesung).}$$

Der Scheitelpunkt y_s der Parabel liegt bei drei Messungen bei den Werten -2cm ; $-4,5\text{cm}$; -8cm . Die entsprechenden Zeiten für jeweils eine volle Umdrehung der Küvette wurden mit $T = 0,41\text{s}$; $0,26\text{s}$; $0,202\text{s}$ bestimmt.

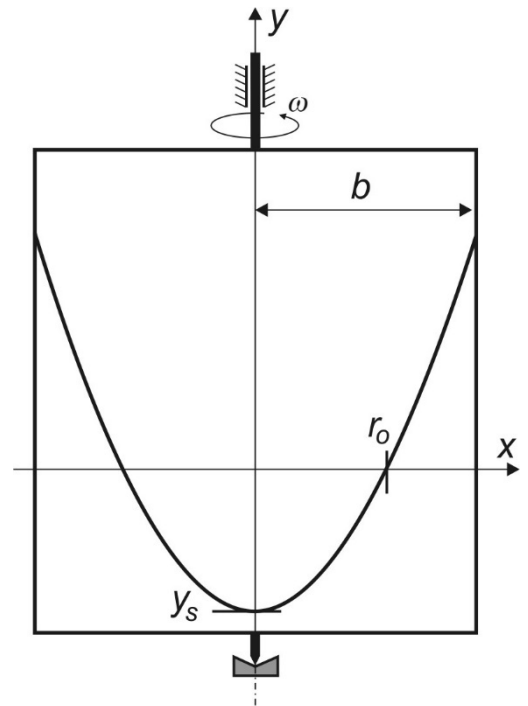
a) Zeigen Sie, dass die Messergebnisse die Theorie bestätigen.

b) Bestimmen Sie die Integrationskonstante C und damit den Funktionsverlauf $y(x)$ s.o.

c) Wenn ein solches Experiment anstelle mit einer Flachküvette mit einer Küvette in der Form eines Hohlzylinders mit dem Durchmesser $2b$ durchgeführt worden wäre, an welcher Stelle r_0 würde die Parabel (genauer ein Rotationsparaboloid) die x -Achse schneiden und welchen Wert y_s hat der Scheitelpunkt bei einer Rotation mit der Winkelgeschwindigkeit ω ?

Hinweis: Das Integral der Funktion $y(x)$ über die Küvettenbreite ist konstant und entspricht dem Volumen der Flüssigkeit bezogen auf die x -Achse, ist also stets gleich Null.

Wenn Sie daran Spaß gehabt haben, können Sie sich gern auch an der Preisaufgabe „rotierende Flüssigkeit“ versuchen (s. Webseite).



13.) Preisaufgabe „Rotierende Flüssigkeiten“

Siehe hierzu das Video unter:

https://www.dropbox.com/s/d39kbflonpiq8bw/Video_Drehteller_Oel_Wasser.MTS

In einem Standzylinder mit dem Radius R befinden sich zwei Flüssigkeiten a, b mit unterschiedlichen Dichten ρ_a und ρ_b . Die leichtere Flüssigkeit a (Öl, rotbraun im Video) hat eine deutlich höhere Viskosität als die weißliche Flüssigkeit b (Wasser).

In Ruhelage bildet die Grenzfläche a-b eine horizontale Ebene mit $y_b(r) = 0$. Die Grenzfläche a – Luft ist eine Ebene mit $y_a(r) = h$.

Durch Rotation des Standzylinders bilden sich unterschiedliche Flüssigkeitsprofile $y_a(r)$ und $y_b(r)$ heraus. Bestimmen Sie diese Profile für folgende Fälle:

- Standzylinder und Flüssigkeit a rotieren mit der Winkelgeschwindigkeit ω_a , während die Flüssigkeit b infolge ihrer Trägheit und geringen Viskosität noch in Ruhe verblieben ist.
- Beide Flüssigkeiten rotieren mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω .
- Der Zylinder wurde gestoppt, die obere Flüssigkeit a steht ebenfalls, während die untere Flüssigkeit b noch mit der Winkelgeschwindigkeit ω_b rotiert
- Im Fall a) berühren sich beide Parabelflächen bei $r = 0$ wenn die Winkelgeschwindigkeit ω_a einen kritischen Wert erreicht. Bestimmen Sie diesen Wert, wenn folgende Größen gegeben sind:

Geg.:

$$R = 10 \text{ cm}; h = 4 \text{ cm}; \rho_a = 0,82 \text{ g/cm}^3; \rho_b = 1,00 \text{ g/cm}^3$$

