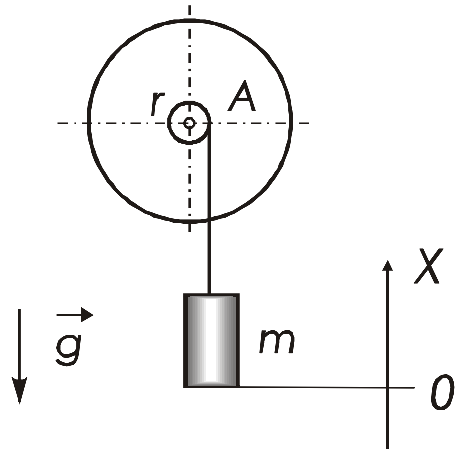
Zu ÜA9 Drehimpulserhaltung und Rotation (für AMB als Beleg schriftlich abzugeben)

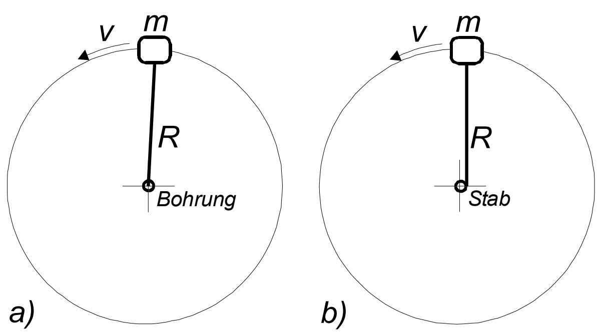


8.){2 *06}Auf die skizzierte Rolle, die sich reibungsfrei um die feste Achse A drehen kann, ist auf eine Welle mit dem Radius r ein masseloses Seil aufgewickelt, an dessen Ende eine punktförmige Masse m befestigt ist. Zur Zeit $t = 0$ wird die bis dahin bei $x = 0$ festgehaltene Anordnung losgelassen, die Masse m setzt sich dabei in Bewegung und dreht unter Abwicklung des Seiles die Rolle.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes die Geschwindigkeit v der Masse m als Funktion des Ortes sowie der Zeit, also $v(x)$ bzw. $v(t)$.

b) Welchen Wert hat die Beschleunigung a?

geg.: J_A, r, m

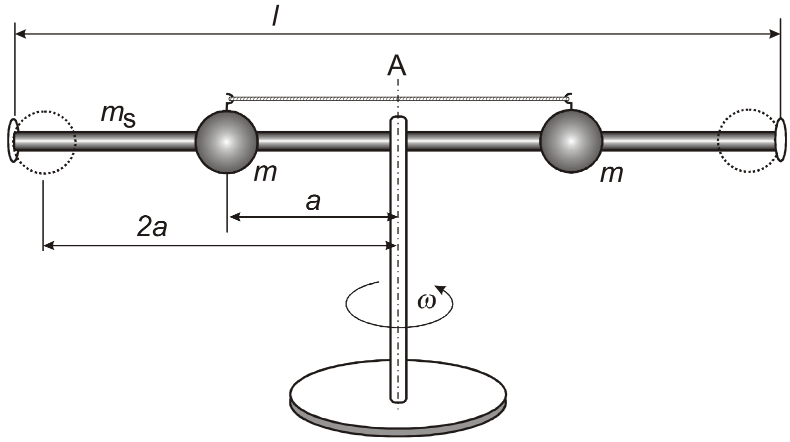


18.) {2} Eine Masse m gleitet mit der Anfangsgeschwindigkeit v_1 reibungsfrei auf einer horizontalen Unterlage. Hierbei wird sie durch ein masseloses Seil auf eine Kreisbahn gezwungen. Das Seil hat zunächst die Länge R_1. Die Länge des Seiles wird auf zwei verschiedene Arten auf die Länge R_2 verkürzt. Im Fall a) wird es durch eine genau im Kreiszentrum liegende Bohrung gezogen, im Fall b) wickelt es sich selbständig um einen im Kreiszentrum senkrecht angebrachten Stab und verkürzt sich ohne Einwirkung einer äußeren Kraft.
Bestimmen Sie die Umfangsgeschwindigkeiten v_{2a} sowie v_{2b} (jeweils nach Erreichen von R_2).

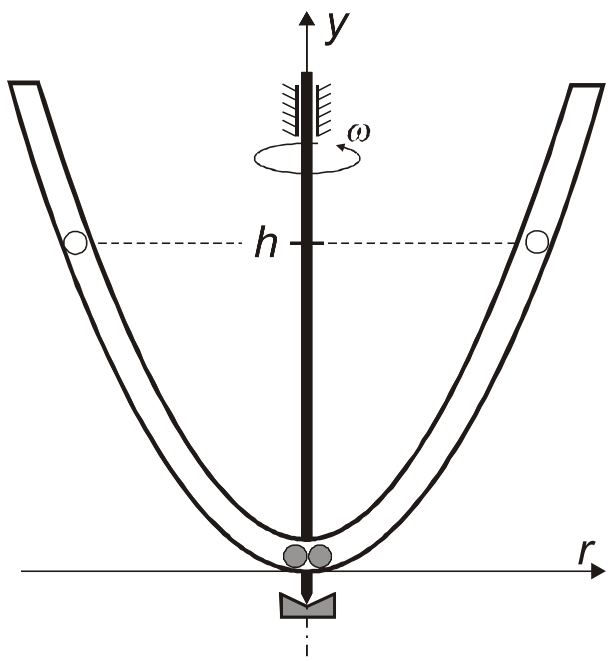
24. {2*05} Auf einer langen dünnen Stange der Länge l und der Masse m_s befinden sich im Abstand a vom Mittelpunkt zwei gleichartige (Punkt-)Massen m. Die Massen gleiten reibungsfrei auf der Stange und sind zunächst durch einen Faden fixiert. Die Stange ist durch eine als masselos anzusehende Halterung reibungsfrei drehbar gelagert und rotiert zunächst mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 um ihren Schwerpunkt. Anschließend wird der Faden durchgebrannt. Die beiden Massen gleiten daraufhin nach außen, wo sie im Abstand $2a$ durch Puffer fixiert werden. Die Winkelgeschwindigkeit beträgt dann ω_2.

a) Geben Sie das Verhältnis der beiden Winkelgeschwindigkeiten ω_1/ω_2 an.

b) Bilden Sie das Verhältnis der Rotationsenergien der gesamten Anordnung E_1/E_2.



25.) {2*08} Eine parabelförmig gebogene Röhre mit der geometrischen Form $y(r) = p \cdot r^2$ kann reibungsfrei um ihre senkrecht orientierte y-Achse rotieren. Sie hat das Massenträgheitsmoment J um diese Achse. Zwei kleine Kugeln von vernachlässigbar kleinem Durchmesser und jeweils der Masse m liegen an der tiefsten Stelle des Rohres.



Dieses System wird in einem ersten Versuch mit langsam ansteigender Winkelgeschwindigkeit ω in Rotation versetzt. Man beobachtet, dass sich die Kugeln erst bei einem kritischen Wert ω_k nach außen bewegen. Man stellt außerdem fest, dass sich bei ω_k die Kugeln an jeder beliebigen Stelle der Parabel im Kräftegleichgewicht befinden.

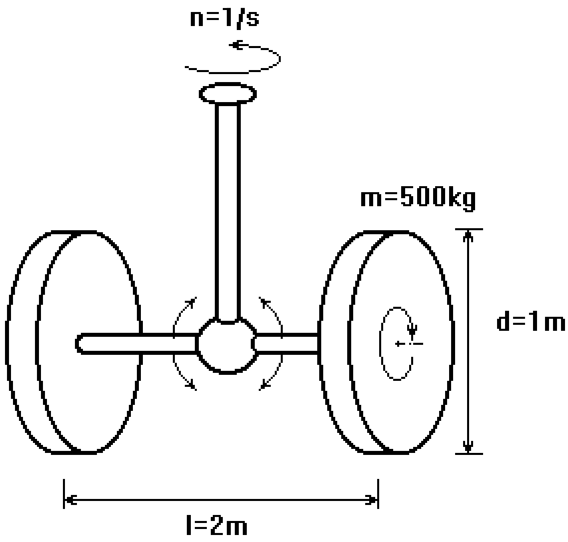
In einem zweiten Versuch werden beide Kugeln in der tiefsten Position zunächst arretiert und dem System die Winkelgeschwindigkeit $\omega_1 > \omega_k$ verliehen. Dann wird das System vom Antrieb abgekoppelt und die Kugeln losgelassen. Man beobachtet, dass beide Kugeln nach außen rollen, während sich die Winkelgeschwindigkeit verringert und an der höchsten Position h der Kugeln den Wert $\omega_2 < \omega_k$ annimmt. Nachfolgend rollen die Kugeln wieder nach unten und der Vorgang wiederholt sich periodisch, sofern keine Reibungsverluste auftreten.

a) Wenden Sie den Energiesatz auf beide Positionen an (Vernachlässigung von Reibungsverlusten).
b) Wenden Sie den Drehimpulserhaltungssatz auf beide Positionen an.
c) Bestimmen Sie mit den gegebenen Größen die Maximalhöhe h, welche die Kugeln am oberen Umkehrpunkt erreichen.

Geg.: g, p, J, m, ω_1

Zu ÜA 10 starrer Körper - Trägheitstensor, Kreisel

1.) {3} In der Abbildung ist ein sog. Koller dargestellt, wie er zur Zerkleinerung von Baurohstoffen eingesetzt wird. Hierbei sind zwei zylindrische Räder auf einer horizontalen Achse angebracht, die um eine vertikale Achse gedreht wird. Berechnen Sie die Andruckkraft der Räder ! Welches ist die sinnvolle Drehrichtung?



2.) {3} Berechnen Sie das Hauptträgheitsmoment J_{xx} eines Quaders (nach Definitionsgleichung) mit den Abmessungen a, b, c (Seitenkanten jeweils || zu Koordinatenachsen x, y, z).

Zusatz für Enthusiasten: Berechnen Sie die Rotationsenergie für eine Rotation um seine Raumdiagonale bei einer Winkelgeschwindigkeit von ω.

{3}Ein Punktmassensystem, bestehend aus 2 gleich großen Massen m , die durch eine masselose Stange der Länge l miteinander verbunden (Hantel) sind rotiert um die durch seinen Schwerpunkt gehende z-Achse: $\varphi(t) = \omega t$. Der Winkel ϑ zwischen der Rotationsachse und der Verbindungslinie beider Massen soll während der Rotation konstant gehalten werden. Hierzu ist ein im Schwerpunkt angreifendes äußeres Drehmoment (Deviations-, Richt-, oder Lagermoment) notwendig.

Berechnen Sie Drehimpuls, Kinetische Energie und Deviationsmoment. Welchen Winkel bildet der Drehimpulsvektor zur Längsachse der Hantel?

Hinweis: Verwenden Sie die in der Vorlesung abgeleiteten Elemente des Trägheitstensors:

$$J_{xz} = 2mr^2 \cos\varphi \sin\vartheta \cos\vartheta$$

$$J_{yz} = 2mr^2 \sin\varphi \sin\vartheta \cos\vartheta$$

$$J_{zz} = 2mr^2 \sin^2\vartheta$$