

Übungsaufgaben 11 Kontinua - deformierbarer fester Körper

5.) {3} Auf der Achse eines Axialverdichters mit dem Durchmesser R sind Turbinenschaufeln aus Kohlefaser angebracht. Der Querschnitt der Turbinenschaufeln verringert sich mit zunehmendem Abstand von der Rotationsachse gemäß $A(x) = A_L L/x$. Die Spitzen der Turbinenschaufeln haben einen Abstand L von der Rotationsachse. Bestimmen Sie, nach welcher Funktion $\sigma(x)$ sich die Spannung berechnen lässt und in welchem Abstand von der Rotationsachse die Spannung maximal ist. Bei welcher Drehfrequenz f werden an dieser Stelle 20% der Zugfestigkeit beansprucht?

$$\sigma_B = 2000 \text{ MPa}, L = 50 \text{ cm}, \rho_A = 1,2 \text{ g cm}^{-3}.$$

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Radialkraft dF , die eine Massenelement dm (Scheibchen aus der Schaufel der Dicke dx und der Querschnittsfläche $A(x)$) zur Kreisbewegung benötigt. Integration über den äußeren Teil der Schaufel gibt die Gesamtkraft an, die von diesem Querschnitt aufgenommen werden muss. Daraus ergibt sich leicht die Spannung $\sigma(x)$.

10a.) {2} In der Vorlesung wurde ein Stahlträger mit rechteckigem Querschnitt (Höhe h , Breite b) zwischen zwei Stützen im Abstand l mittig belastet. Hierbei wurde die Abhängigkeit der Auslenkung aus der Ruhelage von der Belastung als Anstieg $B = ds/dF$ gemessen.

a) Leiten Sie für den Stab mit rechteckigem Querschnitt die Formel für das Flächenträgheitsmoment des Rechteckprofils aus der Definitionsgleichung für das Flächenträgheitsmoment ab.

b) Bestimmen Sie den Elastizitätsmodul E von Stahl.

c) Wie groß wäre die Durchbiegung des Stabes, wenn er nicht hochkant sondern flach belastet worden wäre?

d) Die Mindeststreckgrenze (max. Spannung, bei der keine bleibende Verformung auftritt) σ_e soll nicht überschritten werden. Mit welcher Kraft F_e darf der Probestab maximal belastet werden und wie groß ist die dabei auftretende Auslenkung s_e aus der Ruhelage?

Hinweis: Es möge näherungsweise auch bei der Aufgabe d) das Hooke'sche Gesetz gelten.

Geg.: $h = 7,4 \text{ mm}$; $b = 4,9 \text{ mm}$; $l = 200 \text{ mm}$; $ds/dF = 0,00488 \text{ mm/N}$; $\sigma_e = 235 \text{ MPa}$

Biegelinie des mittig belasteten Probestabes:
$$y(x) = \frac{F}{4 E J_A} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{l^2}{4} x \right)$$

13.) {2} Aus 50 gleichartigen Betonfertigteilen der Länge 2m soll ein 100m langer Stütz Pfeiler aufgeschichtet werden.

a) Um welche Länge Δx ändert sich die Länge des Pfeilers infolge des Eigengewichtes?

b) Der Pfeiler soll eine maximale Last von der Größe seines Eigengewichtes tragen. Wie groß ist die dadurch bedingte zusätzliche Längenänderung?

$$\rho = 2,4 \text{ g/cm}^3, E = 3 \cdot 10^{10} \text{ MPa}.$$