
1. Übung im Modul „Grundlagen der Künstlichen Intelligenz“

Sommersemester 2020

zu lösen bis 15. April 2020

Aufgabe 1.1:

Zeigen Sie, dass die Resolutionsregel korrekt ist, also für alle Formeln $\psi, \eta \in \text{AL}(P)$ und alle $p \in P$ gilt $\{\psi \vee p, \neg p \vee \eta\} \models \psi \vee \eta$.

Dies ist mit Hilfe der Modellmengen zu zeigen.

Mit Wahrheitswerttabellen ist das nicht möglich. Warum?

Aufgabe 1.2:

Geben Sie zu jeder der folgenden Formeln φ_i eine äquivalente Hornklausel ψ_i an:

$$\varphi_1 = a \rightarrow (b \rightarrow c)$$

$$\varphi_2 = (a \rightarrow b) \rightarrow c$$

$$\varphi_3 = (a \wedge b) \rightarrow c$$

$$\varphi_4 = a \rightarrow (b \wedge c)$$

$$\varphi_5 = (a \vee b) \rightarrow c$$

$$\varphi_6 = a \rightarrow (b \vee c)$$

$$\varphi_7 = a \leftrightarrow b$$

$$\varphi_8 = \neg(a \leftrightarrow b)$$

In den Fällen, in denen das nicht möglich ist: begründen Sie, warum.

Aufgabe 1.3:

Geben Sie zu jeder der folgenden Formelmengen Φ_i eine Menge Ψ_i von Hornklauseln mit $\text{Mod}(\Psi_i) = \text{Mod}(\Phi_i)$ an:

$$\Phi_1 = \{p \vee q, \neg(q \vee r)\}$$

$$\Phi_2 = \{(p \vee q) \leftrightarrow r, \neg(q \wedge r)\}$$

$$\Phi_3 = \{p \rightarrow (p \vee r), \neg(q \vee r)\}$$

$$\Phi_4 = \{p \rightarrow (p \vee r) \vee \neg(q \leftrightarrow r)\}$$

Aufgabe 1.4:

Untersuchen Sie, ob

- a. die Formel $\psi = (a \wedge b)$ durch aussagenlogische Resolution aus der Formelmengen $\Phi = \{(c \wedge d) \rightarrow e, c \vee f, d \vee f, d \rightarrow a, e \rightarrow b, \neg f\}$

- b. die Formel $\eta = \mathbf{f}$ durch aussagenlogische Resolution aus der Formelmengen $\Phi' = \{(c \wedge d) \rightarrow e, c \vee f, d \vee f, d \rightarrow a, e \rightarrow b, \neg f, \neg a, \neg b\}$

ableitbar ist.

Was haben beide Teilaufgaben miteinander zu tun?

Aufgabe 1.5:

Zeigen Sie mit dem aussagenlogischen Resolutionsverfahren, dass

- die Formelmenge $\Phi = \{\neg a \vee b, \neg b \vee c \vee \neg a, a, \neg c\}$ unerfüllbar ist.
- die Formel $\psi = (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$ allgemeingültig ist.
- $\{p \vee q \vee r, \neg q \vee s, \neg p \vee s, \neg r \vee s\} \models s$ gilt.
- $\{p \rightarrow q, \neg(q \rightarrow r) \rightarrow \neg p\} \models p \rightarrow r$ gilt.

Aufgabe 1.6:

Formalisieren Sie die folgende Situation durch eine Mengen von Hornklauseln und beantworten Sie die Frage durch aussagenlogische Resolution:

- Tina oder Paul werden die Party besuchen.
- Wenn Paul zur Party geht, wird auch Anna hingehen, es sei denn, Bob geht hin.
- Bob besucht die Party, wenn Tina nicht hingeht.

Frage: Geht Anna zur Party?

Aufgabe 1.7:

Zeigen Sie, dass man im Allgemeinen beim Bilden der Resolventen nicht zwei verschiedene Literale gleichzeitig eliminieren kann (z.B. zur Klauselmenge $\{\{a \vee b \vee c\}, \{\neg a \vee \neg b \vee c\}\}$ die Klausel $\{c\}$ hinzufügen, ohne die Modellmenge zu ändern).

Aufgabe 1.8:

Ein Bauer hat ein kleines Feld, eine Ziege und einen Wolf. Wenn der Händler ehrlich ist, ist das Saatgut, das der Bauer von ihm kauft, gut. Falls das Saatgut und das Wetter im Sommer gut sind, verdient der Bauer genügend Geld. Wenn er genügend Geld hat, füttert er den Wolf. Wenn der Bauer den Wolf gefüttert hat und in der Stadt Markt ist, geht er in die Stadt und lässt Wolf und Ziege allein. Wenn der Wolf gefüttert ist, ist er satt. Falls der Wolf satt ist oder der Bauer anwesend ist, wird die Ziege nicht gefressen.

- Formulieren Sie diese Bedingungen durch eine Klauselmenge.
- In der Stadt ist Markt. Wird die Ziege nicht gefressen, wenn das Wetter im Sommer gut und der Händler ehrlich waren? Formulieren Sie diese Frage als Unerfüllbarkeitsproblem und lösen Sie es durch Resolution.