
5.Übung im Modul „Grundlagen der Künstlichen Intelligenz“

Sommersemester 2020

zu lösen bis 13. Mai 2020

Aufgabe 5.1:

Finden Sie durch prädikatenlogische Resolution Antworten für das logische Programm P :

$Q(X, X).$

$R(b, c).$

$R(a, c).$

$Q(X, Z) :- Q(Y, Z), R(X, Y).$

und die Anfragen

a. $?- Q(a, c).$

b. $?- Q(X, c).$

c. $?- Q(b, X).$

d. $?- Q(X, Y).$

Aufgabe 5.2:

a. Modellieren Sie die folgende Sachverhalte als logisches Programm:

- Regelmenge:

R1 Feldwege sind befahrbar.

R2 Landstraßen sind befahrbar.

R3 Flüsse sind in Flussrichtung befahrbar.

Definieren Sie durch eine zusätzliche Regel ein zweistelliges Prädikat „erreichbar“, welches die Erreichbarkeit (über einen oder mehrere aufeinanderfolgende Streckenabschnitte) repräsentiert.

- Faktenmenge:

F1 Feldwege gibt es zwischen A und C und zwischen B und D.

F2 Landstraßen gibt es zwischen C und D und zwischen B und E.

F3 Flüsse fließen von A nach B und von E nach D.

b. Beantworten Sie die folgenden Fragen durch Resolution. Bestimmen Sie jeweils alle Antworten. Überprüfen Sie Ihre Antworten mit Hilfe eines Prolog-Interpreters.

(a) Ist D von A erreichbar?

(b) Welche Orte sind von B erreichbar?

(c) Von welchen Orten ist B erreichbar?

Aufgabe 5.3 (war 4.3 in Serie 4)

Zeigen Sie Satz 3.5 (prädikatenlogische Resolutionsregel ist korrekt) mit Hilfe der Modellmengen, d.h. für je zwei Klauseln $l_1 \vee \dots \vee l_m \vee l$ und $\neg l' \vee k_1 \vee \dots \vee k_m$ mit Literalen l und l' mit $\text{mgu}(l, l') = \sigma$ gilt

$$\forall x_1 \dots \forall x_k ((l_1 \vee \dots \vee l_m \vee l) \wedge (\neg l' \vee k_1 \vee \dots \vee k_m)) \models (l_1 \vee \dots \vee l_m \vee k_1 \vee \dots \vee k_m) \sigma$$

Aufgabe 5.4 (war 4.5 in Serie 4)

Bei der Transformation von durch Skolemisierung entstandene Formeln in Klauselform sind immer Sätze. Warum?

Zu jeder solchen Formel

$$\varphi = \forall x_1 \dots \forall x_k \left(\bigwedge_{i \in \{1, \dots, m\}} \bigvee_{j \in \{1, \dots, n_i\}} l_{i,j} \right)$$

mit prädikatenlogischen Literalen $l_{i,j}$ lässt sich wie folgt in eine Menge prädikatenlogischer Klauseln transformieren.

$$\Phi = \left\{ \bigvee_{j \in \{1, \dots, n_1\}} l_{1,j}, \dots, \bigvee_{j \in \{1, \dots, n_m\}} l_{m,j} \right\}$$

Dabei werden die Allquantoren ignoriert. Man beachte, dass damit φ und Φ im Allgemeinen nicht dieselbe Modellmenge haben.

Geben Sie für die folgende Formeln $\varphi_i \in \text{FOL}(\Sigma, \mathbb{X})$ für $\Sigma = (\Sigma_F, \Sigma_R)$ mit $\Sigma_F = \{(f, 1)\}$ und $\Sigma_R = \{(p, 2), (q, 2), (r, 2)\}$ an

$$\varphi_1 = \forall x \exists y (p(x) \rightarrow q(x, y))$$

$$\varphi_2 = \forall x \exists y (\forall z (p(x, z) \wedge q(f(y), z) \rightarrow r(x, y)) \vee \neg \forall x (r(x, y) \rightarrow (q(f(x), y) \vee r(x, f(z)))))$$

- die durch Skolemisierung aus φ entstandene Formel ψ und deren Signatur Σ' ,
- eine Klauselform η von ψ ,
- ein Modell $\mathcal{A}$ der Formel η ,
- ein Modell $\mathcal{B}$ der Formel φ , welches für die Symbole in Σ mit $\mathcal{A}$ übereinstimmt,
- die wie oben definiert aus η berechnete Klauselmengen Φ ,
- ein Modell für Φ , welches kein Modell für η ist.

Ψ ist die Menge von Sätzen, die durch Generalisierung jeder Klausel ($\forall$ -Quantifizierung jeder freien Variablen) aus Φ entsteht. Geben Sie an

- Ψ ,
- ein Modell für Ψ , welches kein Modell für η ist.