Prof. Dr. Sibylle Schwarz, HTWK Leipzig, FIM sibylle.schwarz@htwk-leipzig.de

6. Übung zu Grundlagen der Künstlichen Intelligenz
Wintersemester 2026/27 gestellt am 19. November 2026

Aufgabe 6.1:

Finden Sie zu den folgenden prädikatenlogischen Formeln

$$\begin{aligned}\varphi &= \forall x \exists y (P(x, g(y), z) \vee \neg \forall x R(x)) \wedge \neg \forall z \exists x \neg E(f(x, z), z)\\ \psi &= \exists y \forall x (P(x, g(y), z) \vee \neg \forall x R(x)) \wedge \neg \exists x \forall z \neg E(f(x, z), z)\\ \eta &= P(x) \vee \forall z R(x, f(z)) \vee \exists x \forall y (R(g(x), y) \wedge P(c))\end{aligned}$$

äquivalente Formeln in

a. bereinigter Pränexform,

b. Skolemform,

c. Klauselform.

Aufgabe 6.2:

Stellen Sie für jedes Paar der folgenden Formeln fest, ob die Formeln äquivalent oder / und erfüllbarkeitsäquivalent sind:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \neg P(a)\\ \varphi_2 &= P(f(c))\\ \varphi_3 &= \forall x P(x)\\ \varphi_4 &= \forall x \neg P(x)\\ \varphi_5 &= \exists x P(x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varphi_6 &= \exists x \neg P(x)\\ \varphi_7 &= \forall x P(f(x))\\ \varphi_8 &= \forall x \neg P(f(x))\\ \varphi_9 &= P(x) \wedge \neg P(x)\\ \varphi_{10} &= \neg \exists x (P(x) \vee \neg P(x))\end{aligned}$$

Begründen Sie.

Aufgabe 6.3:

Zeigen Sie, dass die Formeln

$$\begin{aligned}\varphi &= \forall x \exists y \forall z \exists u (P(x, u) \wedge P(z, y))\\ \psi &= \forall x \forall z (P(x, g(x, z)) \wedge P(z, f(x)))\end{aligned}$$

a. nicht äquivalent sind,

b. erfüllbarkeitsäquivalent sind.

Wie lässt sich aus einem Modell für ψ ein Modell für φ konstruieren?

Aufgabe 6.4:

Welche der folgenden Eigenschaften hat die die Relation „allgemeiner als“ auf der Menge aller Unifikatoren zweiter Terme $s, t \in \mathsf{Term}(\Sigma_F, \mathbb{X})$:
reflexiv, transitiv, symmetrisch, antisymmetrisch, total?
Begründen Sie.
Ist sie eine Quasiordnung , Halbordung, lineare Ordnung, Äquivalenzrelation?

Aufgabe 6.5:

Stellen Sie mit dem in der Vorlesung vorgestellten Unifikationsalgorithmus fest, ob die folgenden Paare von Termen oder Atomen unifizierbar sind und finden Sie bei positiver Antwort den vom Algorithmus bestimmten $\mathsf{mgu}(s, t)$:

s	t
$R(a, x)$	$R(y, y)$
$f(g(x), z)$	$f(g(y), g(z))$
$R(g(x), y)$	$R(y, h(x))$
$R(x, g(x))$	$R(g(y), y)$
$f(x, g(y))$	$f(g(y), x)$
$f(y, g(a, z))$	$f(b, g(a, b))$
$f(y, g(x, y))$	$f(b, g(a, y))$
$f(y, g(x, x))$	$f(b, g(a, y))$
$f(y, g(x, y))$	$f(h(z), g(a, z))$