Prof. Dr. Sibylle Schwarz, HTWK Leipzig, FIM sibylle.schwarz@htwk-leipzig.de

5. Übung im Modul „Modellierung“ Wintersemester 2026/27

zu lösen bis 11. November 2026

Aufgabe 5.1

Formalisieren Sie die folgende Situation als Folgerungsproblem und beantworten Sie die Frage durch aussagenlogische Resolution:

- Anna oder Paul werden die Party besuchen.
- Wenn Tina zur Party geht, wird auch Anna hingehen, es sei denn, Bob geht hin.
- Bob besucht die Party, wenn Tina nicht hingeht.
- Paul und Bob gehen nie auf dieselben Parties.

Frage: Geht Anna zur Party?

Aufgabe 5.2

Untersuchen Sie mit dem aussagenlogischen Resolutionsverfahren, ob die Formel $\psi = (a \wedge b)$ aus der Formelmenge $\Phi = \{(c \wedge d) \rightarrow e, c \vee f, d \vee f, d \rightarrow a, e \rightarrow b, \neg f\}$ folgt.

Aufgabe 5.3

a. Beschreiben Sie die folgenden Sachverhalte durch logische Formeln:

   Tom hat drei Paar Schuhe: ein Paar rote Stiefel, ein Paar blaue Stiefel und ein Paar grüne Halbschuhe. Er trägt immer genau eines dieser Paare.

   - Seine grünen Schuhe trägt er immer, wenn kein Schnee liegt.
   - Liegt Schnee, dann trägt er Stiefel.
   - Wenn die Sonne nicht scheint, trägt er seine gelbe Jacke.
   - Seine Freundin mag kein Rot, deshalb trägt er nie etwas rotes, wenn er sie besucht.
   - Tom trägt nie gelb und blau zugleich.

   Geben Sie auch die Bedeutungen aller von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b. Bei welchem Wetter kann Tom seine Freundin mit Jacke besuchen?

c. Welche Schuhe trägt er dabei?

d. Begründen Sie Ihre Antworten, positive durch aussagenlogische Resolution, negative durch Gegenbeispiele.

Aufgabe 5.4

Bei Anwendung der Resolutionsregel auf zwei Klauseln einer Klauselmenge Φ entsteht die Resolvente r, die genau ein Literal und seine Negation aus den ursprünglichen Klauseln nicht enthält. Dabei gilt $\mathsf{Mod}(\Phi) = \mathsf{Mod}(\Phi \cup \{r\})$.
Zeigen Sie, dass man nicht zwei verschiedene Literale und ihre Negationen gleichzeitig eliminieren kann (z.B. zur Klauselmenge $\{a \vee b \vee c, \neg a \vee \neg b \vee c\}$ die Klausel $\{c\}$ hinzufügen), ohne die Modellmenge zu ändern.

Aufgabe 5.5

Repräsentieren Sie die folgenden Sachverhalte durch eine Menge aussagenlogischer Formeln:
Wenn ein Einhorn ein Fabelwesen ist, dann ist es unsterblich. Ist es jedoch kein Fabelwesen, dann ist es ein sterbliches Säugetier. Sind Einhörner Säugetiere oder unsterblich, dann haben sie ein Horn. Einhörner mit Horn haben Zauberkraft.

a. Ist diese Formelmenge erfüllbar? Begründen Sie.

b. Welche der folgenden Aussagen lassen sich aus dieser Formelmenge semantisch folgern:

   (f) Das Einhorn ist ein Fabelwesen.
   (z) Das Einhorn hat Zauberkraft.
   (h) Das Einhorn hat ein Horn.

c. Leiten Sie jede der folgerbaren Aussagen aus Teilaufgabe **??**. durch aussagenlogische Resolution aus dem Kontext ab.

Aufgabe 5.6

Geben Sie für jeden der folgenden umgangssprachlich beschriebenen Sachverhalte an:

O: die Menge der Individuen, um die es geht,
E: alle relevanten Eigenschaften der Individuen,
B: alle relevanten Beziehungen zwischen den Individuen,
F: alle relevanten Funktionen auf der Menge der Individuen,
φ: eine prädikatenlogische Formel, die den Sachverhalt beschreibt.

a. Cousins einer Person sind alle männlichen Kinder von Geschwistern der Eltern dieser Person.
b. Das Quadrat jeder ungeraden Primzahl ist ungerade.
c. Zwischen 13 und 17 gibt es keine durch 10 teilbare natürliche Zahl.
d. Jeder Unter sticht alle Karten, die keine Unter sind.
e. Alle Punkte auf einem Kreis haben denselben Abstand zum Mittelpunkt des Kreises.