Prof. Dr. Sibylle Schwarz, HTWK Leipzig, FIM sibylle.schwarz@htwk-leipzig.de

7. Übung im Modul „Modellierung“ Wintersemester 2026/27
zu lösen bis 25. November 2026

Aufgabe 7.1

Wahr, falsch oder Typfehler? Begründen Sie Ihre Antworten.

a. $\varepsilon = \emptyset$
b. $\varepsilon \in \emptyset$
c. $\varepsilon \subseteq \emptyset$
d. $\emptyset \in \varepsilon$
e. $\emptyset \subseteq \varepsilon$
f. $\varepsilon \in \{ab, \varepsilon\} \circ \{\varepsilon\}$
g. $\varepsilon \in \emptyset \circ \{ab, \varepsilon\}$
h. $\varepsilon \in \emptyset \cup \{ab, \varepsilon\}$
i. $\{\varepsilon\}^* = \varepsilon$
j. $\emptyset^* = \emptyset$
k. $\{\varepsilon\}^* = \{\varepsilon\}$
l. $\{a, b\}^* = \{ab\}^*$
m. $\{a, b\}^* = (\{a\} \cup \{b\})^*$
n. $\{b\} \circ (\{a\}^* \cup \{b\}^*)^* = \{a, b\}^*$

Aufgabe 7.2

Bestimmen Sie die folgenden Wörter über dem Alphabet $\{a, b, c\}$:

$u = ((ba)^R \circ b)^R$ $=$
$v = \big((ab)^R \circ ((cba)^R \circ ba)^R\big)^R$ $=$
$(u \circ v^R)^R$ $=$
$(u^R \circ v^R)^R$ $=$

Aufgabe 7.3

Fügen Sie zwischen den Buchstaben des Wortes MINAGOLF an passenden Stellen die Operationen $^R, \circ$ und Klammern so ein, dass sich bei Auswertung das Wort FLAMINGO ergibt.

Aufgabe 7.4

Formulieren Sie jede der Folgen unten umgangssprachlich und geben Sie die Länge der Folge an:

a. $(n)_{4n<30}$
b. $(7n + 2)_{n<5}$
c. $((x^3, x))_{x\leq 7}$
d. $(\{x \in \mathbb{N} \mid x < n\})_{n<5}$
e. $(\{x \in \mathbb{N} \mid (x|n)\})_{n<7}$
f. $(2^{\{0,\ldots,n\}})_{n<3}$

Geben Sie zu jeder Folge der Länge höchstens 10 auch deren extensionale Darstellung an.

Aufgabe 7.5

Geben Sie zu jeder der folgenden informal beschriebenen Folgen eine intensionale Darstellung an:

a. Folge aller Kubikzahlen zwischen 20 und 300,
b. Folge aller natürlicher Zahlen, deren Quadrat zwischen 20 und 90 liegt,
c. Folge aller Paare der natürlichen Zahlen und ihrer Quadratzahl,
d. Folge aller Differenzen zwischen natürlichen Zahlen und ihrem Quadrat,
e. Folge der Differenzen der benachbarten Glieder der Folge aus der vorigen Teilaufgabe,
f. Folge der Differenzen der benachbarten Glieder der Folge aus der vorigen Teilaufgabe,

Geben Sie zu jeder endlichen Folge ihre Länge sowie alle Glieder und zu jeder unendlichen Folge die ersten 10 Glieder an.

Aufgabe 7.6

Bestimmen Sie für alle folgenden Paare u_i, v_i von Wörtern über dem Alphabet $A = \{a, b, c\}$ mit der Ordnung $a < b < c$,

a. ob u_i Präfix, Postfix oder Infix von v_i ist.
Begründen Sie die positiven Antworten, indem Sie die passenden Zerlegungen angeben.

b. in welcher Reihenfolge die Wörter u_i und v_i in lexikographischer Ordnung und in quasi-lexikographischer Ordnung stehen. Begründen Sie.

aba	,	$aabbaba$	bbc	,	$bbacbbacbababc$
$aabbaba$	,	aba	ε	,	$bbabbababa$
aba	,	$abcababababca$	ε	,	ε

Aufgabe 7.7

Die folgenden Gleichungen definieren (rekursiv) eine Folge von Wörtern $w(i) \in \{0, 1\}^*$

$$\begin{aligned} w(0) &= 0 \\ w(1) &= 01 \\ \forall n \in \mathbb{N} : w(n+2) &= w(n+1) \circ w(n) \end{aligned}$$

a. Geben Sie die Wörter $w(2), \ldots, w(7)$ und jeweils auch $|w(i)|$ an.

b. Für welche Zahlen $i \in \mathbb{N}$ enthält das Wort $w(i)$ ein Palindrom der Länge 7 als Infix? Warum?

Aufgabe 7.8

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen L_i je ein Wort der Länge $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ in L_i an, sofern ein solches Wort existiert.

i	L_i	0	1	2	3	4	5	6
1	$\{aaa\}^*$							
2	$\{a\}^* \circ \{b\}^* \circ \{c\}^*$							
3	L_2^R							
4	$L_1 \circ L_2$							
5	$(L_1 \circ \{b\})^*$							
6	$L_1 \cap L_2$							
7	$L_1 \setminus L_2$							

Aufgabe 7.9

Geben Sie für jede der folgenden regulären Ausdrücke E_i je ein Wort der Länge $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ in der Sprache $L(E_i)$ an, sofern ein solches Wort existiert.

i	E_i	0	1	2	3	4	5	6
1	$(a + bc)^*$							
2	$a^* + bc^*$							
3	$a^* + (bc)^*$							
4	$(ab)^*c$							
5	$(a + b)^*c^*$							

Übungsaufgaben, Folien und weitere Hinweise zur Vorlesung finden Sie online unter
`https://informatik.htwk-leipzig.de/schwarz/lehre/ws26/modellierung`