Prof. Dr. Sibylle Schwarz, HTWK Leipzig, FIM sibylle.schwarz@htwk-leipzig.de

**3. Übung zu Theoretische Informatik: Berechenbarkeit und Komplexität**
Wintersemester 2026/27 zu lösen bis 5. November 2026

**Aufgabe 3.1:**

Gilt $s[a := b][c := d] = s[c := d][a := b]$ ? Begründen Sie.

**Aufgabe 3.2:**

Beweisen Sie:

1. Für jeden goto-Befehl $p$ ist die Relation $\mathsf{step}_p$ eine partielle Funktion.
2. Für jedes goto-Programm $p$ ist die Relation $\mathsf{step}_p^* \cap \{(C_1, C_2) \mid C_2 \text{ ist final}\}$ eine partielle Funktion.

(Wiederholung der Begriffe und Notationen für Relationen und partielle Funktionen)

**Aufgabe 3.3:**

Geben Sie goto-Programme zur Berechnung der folgenden Anweisungen (Unterprogramme) an und zeigen Sie, dass Ihre Programme zum gewünschten Ziel führen.

1. Zuweisung `s(i) := 0`
2. Zuweisung `s(i) := s(j)`
3. Verzweigung `if (s(i) = s(j)) p else q`

Was ist beim Einfügen dieser Unterprogramme zu beachten?

**Aufgabe 3.4:**

Sei $A$ die Menge aller partiellen Funktionen, die durch ein goto-Programm berechnet werden können, in dem der Befehl Goto nicht vorkommt. Beweisen Sie GOTO = $A$.
Das sind zwei Inklusionen, die eine ist trivial, für die andere übersetzen Sie einen unbedingten in einen bedingten Sprung.

**Aufgabe 3.5:**

Sei $B$ die Menge aller partiellen Funktionen, die durch ein goto-Programm berechnet werden können, in dem der Befehl GotoZ nicht vorkommt (nur unbedingte Sprünge),
Geben Sie ein Verfahren an, das entscheidet, ob ein $B$-Programm eine totale Funktion berechnet.

**Aufgabe 3.6:**

Sei $C$ die Menge aller partiellen Funktionen, die durch ein goto-Programm berechnet werden können, in dem weder Goto noch GotoZ vorkommen.
Welche dieser Programme berechnen totale Funktionen?
Beweisen Sie $B = C$. (zwei Inklusionen)

**Aufgabe 3.7:**

Ergänzen Sie die Details zur

1. Herstellung der Initialkonfiguration,
2. Ablesen des Resultates aus der Finalkonfiguration

in der in der Vorlesung vorgestellten Konstruktion einer TM $M$, welche dieselbe Funktion wie ein gegebenes goto-Programm $p$ berechnet.

**Aufgabe 3.8:**

Im Beweis Turing $\subseteq$ GOTO wird jedes Band der TM durch ein Registerpaar $(l, r)$ repräsentiert.
Geben Sie die Änderungen des Registerpaares an, welche einem TM-Übergang

1. ohne Bewegung des Schreib-Lese-Kopfes
2. mit Bewegung des Schreib-Lese-Kopfes nach links

entspricht.

---

Übungsaufgaben, Folien und weitere Hinweise zur Vorlesung finden Sie online unter
`https://informatik.htwk-leipzig.de/schwarz/lehre/ws26/tim`