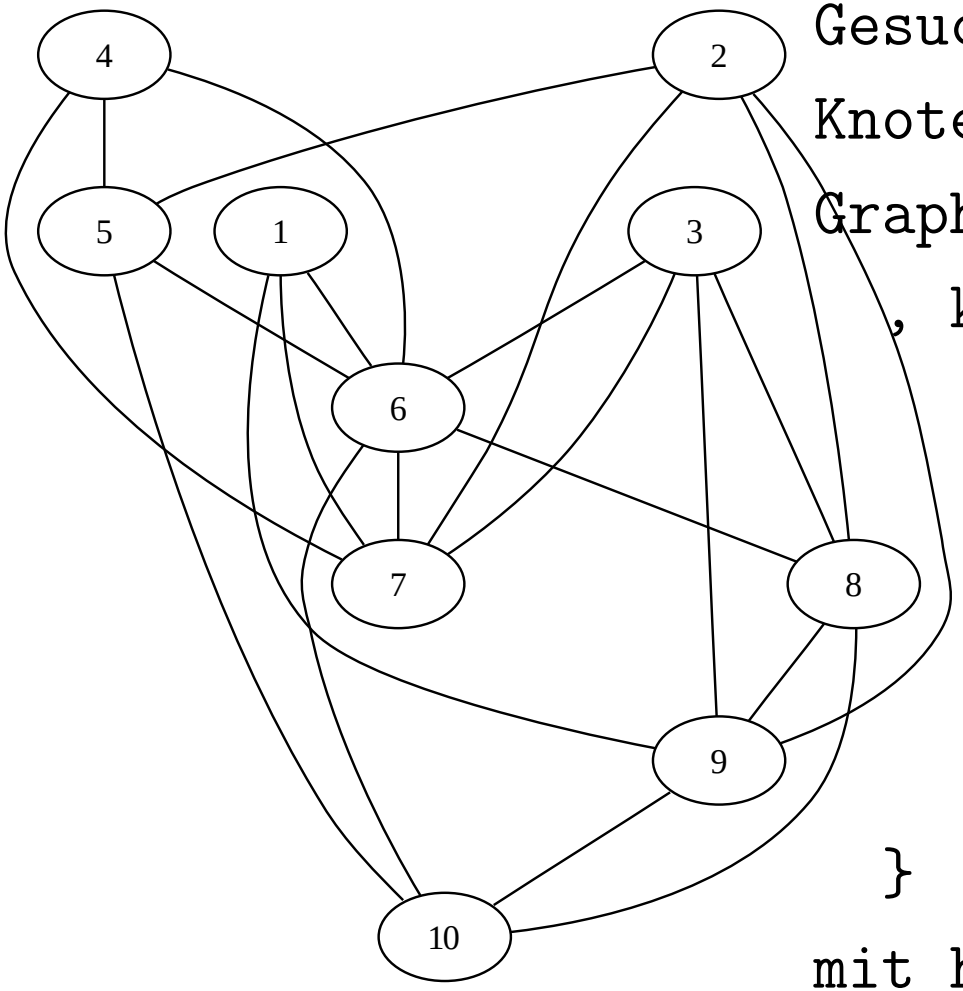
Das System `autotool` zur automatischen Erzeugung und Kontrolle von Übungsaufgaben zur Informatik

Mirko Rahn, Uni Karlsruhe
Alf Richter, Uni Leipzig
Johannes Waldmann, HTWK Leipzig

Beispiel: Graphenfärbung (Aufgabe)




```
Gesucht ist eine konfliktfreie
Knoten-Färbung des Graphen
Graph { knoten = mkSet [ 1 , 2 , 3 ,
  , kanten = mkSet [ kante 1 6 , kant
    , kante 2 7 , kante 2 8 , kante
    , kante 3 8 , kante 3 9 , kante
    , kante 5 6 , kante 5 10 , kante
    , kante 8 9 , kante 8 10 , kante
    ]
  }
mit höchstens 3 verschiedenen Farben
```

Beispiel: Graphenfärbung (Lösung)

Eingabe:

```
istToFM [ ( 1 , C ) , ( 2 , C ) , ( 3 , B ) , ( 4 , B ) , ( 5
   , ( 6 , A ) , ( 7 , A ) , ( 8 , C ) , ( 9 , C ) , ( 10 , C
```

Bewertung:

```
st die Menge
   Knotenmenge des Graphen =
   mkSet [ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 ]
eilmenge der Menge
   gefärbte Knoten = mkSet [ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9
 Ja.
iese Kante(n) verlaufen zwischen gleichfarbigen Knoten:
   [ kante 1 9 , kante 2 8 , kante 2 9 , kante 4 5 , kante 6 7
   , kante 8 9 , kante 8 10 , kante 9 10 ]
```

Typische Anwendung

Problem (Bsp: COL)

- Instanz: ein Graph G und eine Zahl k
- Lösung: eine k-Färbung von G

Ablauf mit `autotool` :

- Tutor konfiguriert Generator
- Student betrachtet Aufgabe:
  `autotool` erzeugt persönliche Instanz
- Student gibt (vermutete) Lösung ein
- `autotool` verifiziert Lösung,
  gibt ausführlichen Bericht (sofort)

Beispiel: Graphenfärbung (Konfiguration

das hat der Tutor eingestellt:

- Semantik: Aufgabentyp: `Col-Quiz` und Parameter

  ```
  Config { nodes = 10 , edges = 30 , chi = 3
  ```

- Verwaltung:
  Hochschule, Vorlesung, Aufgabe,
  Bearbeitungszeitraum, Wichtigkeit

Wertung von Aufgaben

Aufgaben markieren als

- Demo (zu leicht, illustrieren Prinzip)
- Mandatory (Pflicht, Einsenden einer korrekten Lösung innerhalb der Deadline genügt)
- Optional (zu schwer, zum Basteln, Highscore)

Student kann auch außerhalb der Deadlines

- Aufgaben bearbeiten (wird korrigiert, nicht gespeichert)
- vorige Bewertung ansehen

nützlich z. B. zur Prüfungsvorbereitung

Aufgabenbereiche

- *formale Sprachen*: Grammatiken, reg. Ausdrücke
- *Automaten/Berechnungsmodelle*: endlich (Wort, Baum), Keller, Turing, Registermaschine, (prim.) rek. Funktionen
- *Graphen*: Parameter, Färbungen, Wege, . . .
- *diskrete Mathematik und Logik*: Zahlensysteme, Relationen, Boolesche Fkt., Modelle von PL-Formeln. . .
- *Datenstrukturen*: Suchbäume, . . .
- *Codes, Kompression*: Huffman, Burrows-Wheeler Lempel-Zhiv

`autotool` als Verifizierer

- Der Idealfall sind Probleme aus NP (z. B. COL):
  - Student muß lange überlegen/suchen (N)
  - `autotool` kann schnell verifizieren (P)
- Manchmal sind die Lösungen länger (PCP)
- oder das Verifizieren dauert länger (Äquivalenz regulärer Ausdrücke)
- Manchmal kann man nicht verifizieren, sondern nur testen (Äquivalenz von CFG).

bietet immer viele Möglichkeiten für Diskussionen m
Studenten über Berechenbarkeit und Komplexität

Einsatz in Lehrveranstaltungen

- Automaten und Sprachen, Berechenbarkeit und Komplexität (Uni Leipzig ab 2001, Uni Halle ab 2006)
- Automaten und Sprachen im Compilerbau (HTWK Leipzig, ab 2003)
- Datenstrukturen, diskrete Mathematik in Grundlagen der Informatik (Nebenfach) (HTWK L ab 2003)
- Datenstrukturen, disk. Math. in Grundl. Inf. (Nebenfach) (Uni Karlsruhe ab 2005, Uni Halle ab 2006)

Erfahrungen

- `autotool` zur Unterstützung des Übungsbetriebes
  etwa die Hälfte der Aufgaben mit `autotool` korrigieren . . . die andere Hälfte: schriftliche (Beweis-)Aufgaben
- wird von Studenten gut angenommen,
  sind erfreut über sofortige, ausführliche Antwort.
- Highscore-Wertung (mit Preisen) schafft zusätzlichen Anreiz

Installation, Nutzung

separate Installation:

- halbwegs schnellen Rechner mit GNU/Linux, Apache Webserver, GHC-Compiler, MySQL-Datenbankserver
- dafür Administrator, der System und Datenbank einrichtet und im Betrieb bei Bedarf Patches einspielt und kompiliert

zentrale Installation: Benutzung eines gemeinsamen `autotool`-Servers (@ HTWK) durch mehrere Einrichtungen (HTWK, Uni Leipzig, Uni Halle)

Bestandteile des `autotool`

- Semantik-Bibliothek
  (Automaten, Grammatiken, Graphen, . . .)
- Generator-Programme
- Korrektur-Programme
- Datenbank (2002)
  Konfiguration der Generatoren, Aufgaben
  erreichte Punkte
- Web-Schnittstelle
  für Studenten (2003), für Tutoren (2005)

autotool intern

mplementiert in Haskell (purely functional, strictly yped, polymorphic, lazy)

von Waldmann, Rahn, Richter seit ca. 2001

einige Teile waren Belegarbeiten für Vorlesung Funktionale Programmierung (Gerber)

Umfang:

- Bibliothek (allg. Datenstrukturen und endliche Automaten): 300 Module, 15 kLOC;
- Tool: 600 Module, 45 kLOC

10 Zeilen pro Arbeitstag (Fred Brooks, 1972) $\longrightarrow$ . . .)

Weiterentwicklung

lerzeit:

- Wartung und Ergänzung durch Waldmann (Leipzi und Rahn (Karlsruhe) nach „Eigenbedarf“

lemnächst

- Semantik-Dienste (Aufgaben-Erzeugung und -Korrektur) als Webservice (XML-RPC):
  - kann von anderen E-Learn-Portalen benutzt werden (Prototypen: Lips, Elate)
  - Service-Schnittstelle kann durch andere Semantik-Provider implementiert werden

Informatik I (als Nebenfach)

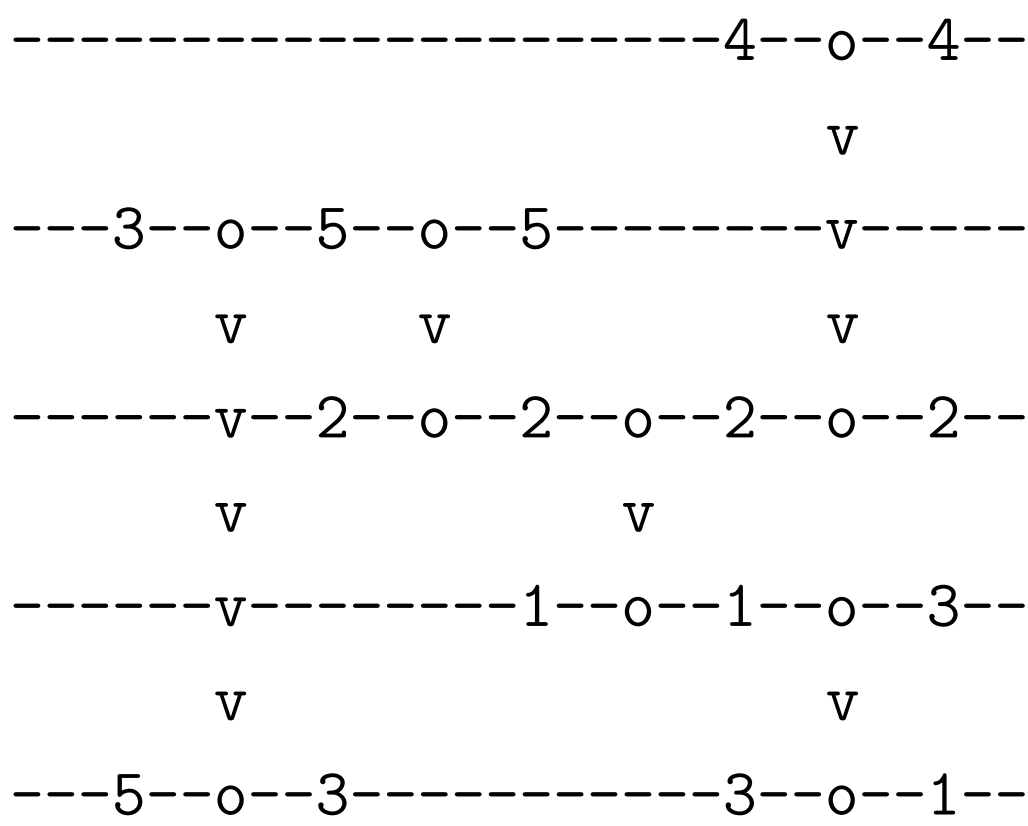
- Einführung Algorithmen, Sortieren:
  Sortiernetze
- Komplexität (Suchprobleme):
  COL (NP), *Lunar Lockout* (PSPACE),*PCP* (RE)
- Programmierung:
  einfache Programme: *Collatz(/Inverse)*;
  Typprüfungen: *mehrsortige Algebra*
- Datenstrukturen:
  Suchbäume (Einfügen/Löschen)

Sortiernetze

Finden Sie ein Sortiernetz für 5 Eingänge
mit weniger als 10 Komparatoren.

```
kNetz [ ( 1 , 4 ) , ( 3 , 4 ) , ( 2 , 3 ) , ( 1 , 2 ) , ( 3 ,

iese Eingabe wird
icht korrekt geordnet:
 5 , 1 , 2 , 3 , 4 ]
as Netz berechnet
ie Ausgabe:
 1 , 3 , 2 , 5 , 4 ]
```



Diskussion: Spezifikation, Korrektheitsbeweise,
untere Schranken.

Suchproblem: Lunar Lockout

Geben Sie eine Zugfolge an, die den Roboter (Großbuchstabe) ins Ziel (entsprechender Kleinbuchstabe) bringt:

```
. D . . .
. . . . C
B e . . .
. . . . .
. . E . .
. . . . A
```

Lösung:

```
[ ( "A" , N ) , ("A", W), ("A", N)
  ("C", W), ( "E" , N ), ("E", W) ]
```

Diskussion: Begriff Konfiguration; Anzahl der Konfigurationen als Funktion von Breite, Höhe, Anzahl.

Suchproblem: PCP

Lösen Sie diese Instanz des Postschen Korrespondenz-Problems:

```
PCP [ ( "aa" , "ba" ) , ( "ab" , "a" ) , ( "c" , "a" )
    , ( "bac" , "accbac" ) ]
elesen: [ 2 , 1 , 2 , 4 ]

us Ihrer Folge entstehen die Zeichenketten:
   abaaabbac
   abaaaccbac
ie eine muß ein Präfix der anderen sein,
ach Löschen des gemeinsamen Präfixes  "abaaa"
ntstehen jedoch die Reste  ( "bbac" , "ccbac" )
```

Diskussion: unbeschränkter Suchraum, Halteproblem

Aufgaben zu Collatz-Folgen

Bsp: $7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1$

lirekt:

```
esucht sind Länge und maximales Element
er Collatz-Folge mit Startzahl 48863
```

nvers:

```
esucht ist eine Startzahl,
eren Collatz-Folge diese Parameter hat:
arameter { length = 247 , top = 481624 }
```

Diskussion: einfache imperative Programme mit Verzweigungen und Schleifen.

Typen (mehrsortige Algebren)

Gesucht ist ein Ausdruck vom Typ `boolean`
n der Signatur

```
char a;
String b;
static String c ( boolean x );
static Bar d ( String x , char y , String z );
static boolean e ( Bar x , Bar y );
```

Lösung:

```
e (d (b, a, b), d (b, a, b))
```

Diskussion: Syntax und Semantik von Ausdrücken, Typprüfung (abstrakte Interpretation)

Datenstrukturen: Bäume

Rekonstruktion: Gesucht ist ein binärer Baum t mit de
Knoten-Reihenfolgen:

```
Preorder (t) = [k,j,f,l,a,h,b,c,i,e,m,d,g]
Inorder  (t) = [f,j,l,k,c,b,i,h,e,a,d,m,g]
```

Suchbäume (unbalanicert, 2/3):

```
Auf den Baum: (Bild)
sollen diese Operationen angewendet werden
(wobei Sie  Any  geeignet ersetzen sollen):
    [ Any , Any, Insert 433, Any  ]
so daß dieser Baum entsteht: (Bild)
```

Informatik II (als Nebenfach)

- Aussagenlogik: *SAT, Boolesche Funktionen*
- Zahlendarstellungen:
  Basiswechsel, Gleitkomma-Approximationen
- Codes: *Hamming-Abstände*
- Kompression: *Huffman, Lempel-Zhiv*
- Verschlüsselung:
  Erweiterter Euklidischer Algorithmus, RSA

Aussagenlogik

- Finden Sie eine erfüllende Belegung für die Form
  $(p \wedge q \wedge \neg t) \vee (p \wedge r \wedge s) \vee (p \wedge s \wedge t) \vee (p \wedge s \wedge r)$
  $(p \wedge t \wedge \neg s) \vee (q \wedge t \neg r) \vee \ldots$
- Gesucht ist ein aussagenlogischer Ausdruck, der äquivalent ist zu:

```
((y == ! z) || x && x) || y
```

  und nur diese Operatoren enthält:

```
mkSet [ <= , false ]
```

Diskussion: Erfüllbarkeit, Entscheidbarkeit, Komplexität, Boolesche Basisfunktionen

Zahlendarstellungen

- Stellen Sie

```
Zahl { basis = 3
   , ziffern = [1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,2,1,0]
   }
```

  in der Basis 5 dar.

- Welche Gleitkommazahl mit diesen Eigenschaften

```
Config  { basis = 2
   , max_stellen_mantisse = 3
   , max_stellen_exponent = 3 }
```

  ist eine gute Näherung für 4 / 7 ?

Codes: Hamming-Abstand

Gesucht ist ein Code (als Liste von Wörtern über L, F
mit diesen Eigenschaften:

```
Config { width = ( Fixed , 4 )
       , size = ( Atleast , 5 )
       , distance = ( Atleast , 2 )
       , optimize = Size }
```

eine Lösung

```
[ [L,R,R,L], [R,L,L,R], [L,L,L,L]
  [R,R,R,R], [L,L,R,R] ]
```

Diskussion: Fehlererkennung, -korrektur;
Dreiecksungleichung, Schranken für Codegröße

Huffman-Codes

gesucht ist ein optimaler Präfix-Code über dem Code-Alphabet `[L, R]` für die Buchstabenanzahl

```
[ ( 'a' , 11 ) , ( 'b' , 47 ) , ( 'c' , 6 )
  ( 'd' , 20 ) , ( 'e' , 30 ) , ( 'f' , 31 ) ]
```

Form der Lösung:

```
Code [ ( 'a' , [ R ] ) , ( 'b' , [ L , R ] )
     , ...
     , ( 'f' , [ L , L , L , L , L , R ] ) ]
```

Lempel-Zhiv-Komppression

Finden Sie eine möglichst gute Komprimierung von

"0100101001001010010100100101010010"

nach dem Verfahren `Lempel_Ziv_77`

Form der Lösung:

```
[ Letter '0'
  Letter '1'
  Block {  width = 2, dist = 0 }
  Block {  width = 3, dist = 1 }
  ...
```

erzeugt `0 1 01 010 ...`

Kryptografie (RSA)

- Gegeben ist das Zahlenpaar `(a, b) = ( 2548 , 1496 )`. Gesucht ist ein Paar `(c, d)` von Zahlen mit der Eigenschaft `a * c + b * d = ggT (a, b)`.
- Gesucht sind 2 Zahlen `x_1 .. x_3` mit `x_i > 1` und `product [ x_1 , ... , x_3 ] = 580932019`
- Finden Sie den Klartext für eine RSA-Verschlüsselung mit

```
Config { public_key = ( 1691, 2809 )
       , message = 1404 }
```

ath. Grundlagen d. Informatik (Uni Hall

- Mengen und algebraische Strukturen
  Mengenoperationen (Algebraic-Set)
  Verknüpfungen von Relationen (Algebraic-Relatio
  mehrsortige Algebren (Sorten)
- Graphen
  Circle, *Wegematrix* (Way), *Bitpartit* (Bi),
  Färbung (Col), *Hamilton*
  Selbstkomplementärer Graph, *Nachbar*
  Operationen auf Graphen (Algebraic-Graph)

Logik

- Aussagenlogik
  erfüllende Belegung (SAT)
  äquivalente boolesche Ausdrücke (Boolean)
  Beweise im Hilbert-Kalkül (Hilbert)
- Prädikatenlogik
  Modelle für Formeln (Find-Model)

Mengenoperationen

```
Gesucht ist ein Ausdruck mit dieser Bedeutung:
{1, 5, {}, {4}}
Sie dürfen diese Symbole benutzen
    zweistellige : [ + , - , & ]
    einstellige  : [ pow ]
    nullstellige : [ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6
und diese vordefinierten Konstanten:
    A = {1, 3, 5, 6}
    B = {2, 3, 6}
```

Lösung:

```
 A - B + pow (4)
```

Relationen

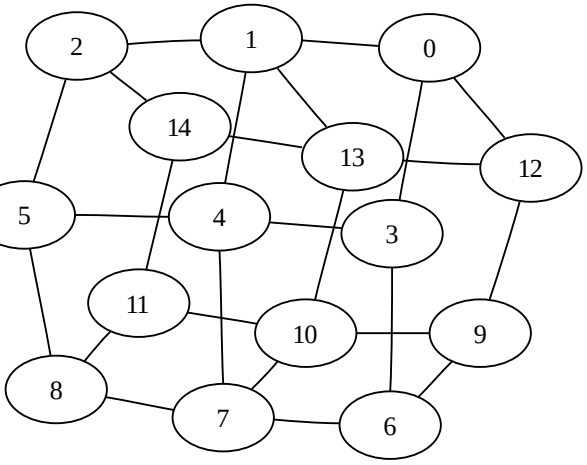
```
Gesucht ist ein Ausdruck mit dieser Bedeutung:
   {(2 , 3) , (4 , 1)}
Sie dürfen diese Symbole benutzen
    zweistellige : [ + , - , & , * ]
    einstellige  : [ inv , tcl , rcl ]
    nullstellige : [ ]
und diese vordefinierten Konstanten:
    R = {(1 , 2) , (3 , 4)}
    S = {(2 , 3) , (4 , 1) , (5 , 2)}
```

Lösung:

```
  inv (R * S * R)
```

Operationen auf Graphen

esucht ist ein Ausdruck mit dieser Bedeutung:



er nur diese Symbole enthält:

```
   Binu { binary = [ * , % , + ] , unary = [ co ]
        , nullary = [ K1 , K2 , K3 , K4 , K5 , P3 , P4 , P5
                    , C3 , C4 , C5] }
```

ösung:

C5 % P3

Hilbert-Kalkül

```
esucht ist eine Ableitung für die Formel
   p -> p
m Hilbert-Kalkül mit den Axiomen
   { H1 = A -> (B -> A)
   , H2 = (A -> (B -> C)) -> ((A -> B) -> (A -> C))
   , H3 = (A -> B) -> (not B -> not A) , H4 = A -> (not A -> I
   , H5 = (not A -> A) -> A
   }
```

ösung:

```
et { F1 = sub H1 { A = p , B = q -> p }
   , F2 = sub H2 { A = p , B = q -> p, C = p}
   , F3 = mopo F1 F2
   , F4 = sub H1 { A = p, B = q}}
n mopo F4 F3
```

Modelle (Prädikatenlogik)

```
inden Sie für die Formel
   forall x . exists y. R (x , y) && (not P (y))
in Modell (eine Interpretation) der Größe
   3
```

ösung:

```
nterpretation { struktur =
truktur { universum = mkSet [ 1 , 2, 3]
        , predicates = listToFM [ ( P , {} )
                 , ( R , {(1,1), (2,2), (3,1)} ) ]
        , functions = listToFM [ ]}
        , belegung = listToFM [ ]
        }
```