Häufige Fehler und Anmerkungen zur 3. Serie

Bei Beweisen sind Umformungen und Ersetzungen nur in sehr trivialen Fällen nicht zu begründen. Der Leser sollte den Eindruck erhalten, daß die einzelnen Beweisschritte korrekt sind und man Umformungen etc. auf bekannte Sätze zurück führen kann. Ist die Beweislinie nicht klar erkennbar, läßt zB. ein falsches Beispiel die Vermutung zu, dass der Sachverhalt gar nicht verstanden wurde...

Aufgabe 1.a

- $x \in h(A \cap B) \rightarrow x \in (h(A) \cap h(B))$
  Die Aussage ist zwar richtig, aber es ist nicht auf den ersten Blick ersichtlich warum, daher ist eine solche Aussage erst zu *beweisen*.
- Aussagen aus der Mengenlehre können für Homomorphismen nicht einfach übernommen werden:
  $x \in (A \cap B) \leftrightarrow (x \in A) \cap (x \in B)$
  aber daraus folgt nicht:
  $x \in h(A \cap B) \leftrightarrow (x \in h(A)) \cap (x \in h(B))$
  wie das Gegenbeispiel zeigt.

Aufgabe 1.b

- Häufige Antwort war: *h muss injektiv sein, da h invertierbar. Falls h Isomorphismus ist (bijektiv) ist $h(A) = h^{-1}(h(A))$. Da das Abbild einer injektiven Funktion Teilmenge des Abbildes einer bijektiven ist, gilt $h(A) = h^{-1}(h(A))$. Beispiel: Sei h injektiv, aber nicht bijektiv. A beliebig mit $w \in \Sigma^*$ und $w \notin h(A)$*
  - um h^{-1} bilden zu können muß h nicht zwingend injektiv sein, es wird dann einfach in Mengen abgebildet.
  - Wieso sollte das Abbild einer injektiven Funktion Teilmenge des Abbildes einer bijektiven Funktion sein?
  - Ein Beispiel besteht aus:

    $$\Sigma = \{\ldots\} \;\; \Gamma = \{\ldots\} \;\; A = \{\ldots\} \;\; h(x) = \ldots$$

    Wenn jemand nach einem Beispiel für ein Land sucht, und es werden als Beispiel die Menge aller Binnenländer genannt, dann zählt das nicht unter Beispiel!
- Es gibt zwar Homomorphismen, für die endliche Automaten gebaut werden können, aber deswegen gilt noch lange nicht für alle Homomorphismen, dass sie durch einen endlichen Automaten dargestellt werden können.

Aufgabe 1.c

- $A/B = \{p | \exists q \in B \wedge pq \in A\}$
- $A = a^*b$, $B = b^* \rightarrow A/B = a^*b$, da $\varepsilon \in B$