

Compilerbau Vorlesung

Johannes Waldmann, HTWK Leipzig

WS 08–11,13,15,17,19,SS 22,24,WS 25

– Typeset by FoilTeX –

Einleitung

Beispiel: C-Compiler

```
• int gcd (int x, int y) {  
    while (y>0) { int z = x%y; x = y; y = z;  
    return x; }  
• gcc -S -O2 gcd.c erzeugt gcd.s:
```

```
.L3:    movl    %edx, %r8d ; cltd ; idivl    %r8d  
        movl    %r8d, %eax ; testl    %edx, %edx  
        jg      .L3
```

Ü: was bedeutet `cltd`, warum ist es notwendig?

Ü: welche Variable ist in welchem Register?

– Typeset by FoilTeX –

1

- identischer (!) Assembler-Code für

```
int gcd_func (int x, int y) {  
    return y > 0 ? gcd_func (y,x % y) : x;  
}
```

- vollständige Quelltexte: siehe Repo
- Bsp Java-Kompilation: <https://www.imn.htwk-leipzig.de/~waldmann/etc/safe-speed/>
- Bsp Haskell-Kompilation:
MicroHS (Lennart Augustsson, Haskell Symposium 2024,
<https://github.com/augustss/MicroHs/blob/master/doc/hs2024.pdf>)

– Typeset by FoilTeX –

2

Inhalt der Vorlesung

Konzepte von Programmiersprachen

- Semantik von einfachen (arithmetischen) Ausdrücken
- lokale Namen, • Unterprogramme (Lambda-Kalkül)
- Zustandsänderungen (imperative Prog.)
- Continuations zur Ablaufsteuerung

realisieren durch

- Interpretation, • Kompilation

Hilfsmittel:

- Theorie: Inferenzsysteme (f. Auswertung, Typisierung)
- Praxis: Haskell, Monaden (f. Auswertung, Parser)

– Typeset by FoilTeX –

3

Einleitung: Sprachverarbeitung

- mit Interpreter:
 - Quellprogramm, Eingaben $\xrightarrow{\text{Interpreter}}$ Ausgaben
- mit Compiler:
 - Quellprogramm $\xrightarrow{\text{Compiler}}$ Zielprogramm
 - Eingaben $\xrightarrow{\text{Zielformat}}$ Ausgaben
- Mischform:
 - Quellprogramm $\xrightarrow{\text{Compiler}}$ Zwischenprogramm
 - Zwischenprogramm, Eingaben $\xrightarrow{\text{virtuelle Maschine}}$ Ausgaben
- reale Maschine (CPU) ist Interpreter für Maschinensprache (Interpretation in Hardware, in Microcode)
- gemeinsam ist: syntaxgesteuerte Semantik (Ausführung oder Übersetzung)

– Typeset by FoilTeX –

4

Literatur

- Franklyn Turbak, David Gifford, Mark Sheldon: *Design Concepts in Programming Languages*, MIT Press, 2008.
<http://cs.wellesley.edu/~fturbak/>
- Guy Steele, Gerald Sussman: *Lambda: The Ultimate Imperative*, MIT AI Lab Memo AIM-353, 1976
(the original 'lambda papers',
<https://web.archive.org/web/20030603185429/http://library.readscheme.org/page1.html>)
- Alfred V. Aho, Monica S. Lam, Ravi Sethi and Jeffrey D. Ullman: *Compilers: Principles, Techniques, and Tools (2nd edition)* Addison-Wesley, 2007, <http://dragonbook.stanford.edu/>
- J. Waldmann: *Das M-Wort in der Compilerbauvorlesung*, Workshop der GI-Fachgruppe Prog. Spr. und Rechnerkonzepte, 2013 <http://www.imn.htwk-leipzig.de/~waldmann/talk/13/fg214/>

– Typeset by FoilTeX –

5

Anwendungen von Techniken des Compilerbaus

- Implementierung höherer Programmiersprachen
- architekturspezifische Optimierungen (Parallelisierung, Speicherhierarchien)
- Entwurf neuer Architekturen (RISC, spezielle Hardware)
- Programm-Übersetzungen (Binär-Übersetzer, Hardwaresynthese, Datenbankanfragesprachen)
- Software-Werkzeuge (z.B. Refaktorisierer)
- domainspezifische Sprachen

– Typeset by FoilTeX –

6

Organisation der Vorlesung

- pro Woche eine Vorlesung, eine Übung.
- in Vorlesung, Übung und Hausaufgaben:
 - Theorie,
 - Praxis: Quelltexte (weiter-)schreiben
- Prüfungszulassung: regelmäßiges und erfolgreiches Bearbeiten von Übungsaufgaben
- Prüfung: Klausur (120 min, keine Hilfsmittel)
Bei Interesse und nach voriger Absprache: Ersatz eines Teiles der Klausur durch vorherige Hausarbeit
z.B. Reparaturen an autotool-Aufgaben oder anderem open-source-Projekt (Ihrer Wahl), bei denen Techniken des Compilerbaus angewendet werden

– Typeset by FoilTeX –

7

Beispiel: Interpreter f. arith. Ausdrücke

```
data Exp = Const Integer
         | Plus Exp Exp | Times Exp Exp
         deriving ( Show )

ex1 :: Exp
ex1 =
  Times ( Plus ( Const 1 ) ( Const 2 ) ) ( Const 3 )

value :: Exp -> Integer
value x = case x of
  Const i -> i
  Plus x y -> value x + value y
  Times x y -> value x * value y
```

das ist syntax-gesteuerte Semantik:

Wert des Terms wird aus Werten der Teilterme kombiniert

– Typeset by FoilTeX –

8

Beispiel: lokale Variablen und Umgebungen

```
data Exp = ... | Let String Exp Exp | RefString
ex2 :: Exp
ex2 = Let "x" ( Const 3 )
      ( Times ( Ref "x" ) (Ref "x" ) )
type Env = ( String -> Integer )
extend n w e = \ m -> if m == n then w else e m
value :: Env -> Exp -> Integer
value env x = case x of
  Ref n -> env n
  Let n x b -> value (extend n (value env x) env) b
  Const i -> i
  Plus x y -> value env x + value env y
  Times x y -> value env x * value env y
test2 = value ( \ _ -> 42 ) ex2
```

– Typeset by FoilTeX –

9

Bezeichner sind Strings — oder nicht?

- ... | Let String Exp Exp — wirklich?
- es gilt `type String = [Char]`, also
 - einfach verkettete Liste von Zeichen
 - mit Bedarfsauswertung (lazy Konstruktoren)
- das ist
 - ineffizient (in Platz *und* Zeit)
 - egal (für unseren einfachen Anwendungsfall)
 - gefährlich (wenn man es für andere Anwendungen übernimmt)
- deswegen jetzt schon Diskussion ...
 - von alternativen Implementierungen
 - und wie man diese versteckt

– Typeset by FoilTeX –

10

Datentypen für Folgen (von Zeichen)

- `type String = [Char]`: einfach verkettet, lazy: ist in den allermeisten Fällen unzweckmäßig
- `data Vector a`: Array (d.h., zusammenhängender Speicherbereich, deswegen effiziente Indizierung) mit kostenlosem *slicing* (Abschnitt-Bildung)
- `data ByteString`: $\approx$ Vektor von Bytes (d.h., für rein binären Datenaustausch)
- `data Text` (aus Modul `Data.Text`) *efficient packed, immutable Unicode text type*, (d.h., Zeichen = Bytefolge)
- Modul `Data.Text.Lazy`: lazy Liste von (strikten) Text-Abschnitten, für Stream-Verarbeitung

– Typeset by FoilTeX –

11

Verstecken von Implementierungsdetails

- Implementierung direkt sichtbar:
`data Exp = ... | Let Text Exp Exp`
- Verschieben der Implementierungs-Entscheidung:
`type Id = Text`; `data Exp = ... | Let Id Exp`
bleibt aber sichtbar (type-Deklarationen werden bei Kompilation immer expandiert)
- Verstecken der Entscheidung:
`modul Id (Id) where data Id = Id Text`
exportiert wird Typ-Name, aber nicht der Konstruktor der Anwender (Importeur) von `Id` sieht `Text` nicht
- data-Deklaration mit genauer einem Konstruktor:
erstetzen durch `newtype Id = Id Text`
dieser kostet *gar nichts* (keine Zeit, keinen Platz)

– Typeset by FoilTeX –

12

Verwendung standardisierter Namen

- alle benötigten Funktionen (einschl. Konstruktoren) für `Id` implementieren und exportieren (es sind nicht viele)
`eqId :: Id -> Id -> Bool`; `eqId (Id s) (Id t) = s == t`
- diese spezifischen Namen will sich keiner merken $\Rightarrow$ verwende standardisierte Typklassen, Bsp.
`instance Eq Id where (Id s) == (Id t) = s == t`
der Importeur von `Id` sieht den Namen (`==`) bereits, weil er in `Prelude` definiert ist
- wenn die Implementierung einer standardisierten Klasse eine einfache Delegation ist, kann sie vom Compiler erzeugt werden
`newtype Id = Id Text deriving Eq`

– Typeset by FoilTeX –

13

Einsparung von Konstruktor-Aufrufen

- ```
-- Implementierung des Konstruktors
import qualified Data.Text as T
fromString :: String -> Id; fromString s = Id (T.pack s)
-- Anwendung:
foo :: Id ; foo = fromString "bar"
```
- der Schreibaufwand wird verringert durch  

```
-- bei Implementierung:
import Data.String;
instance IsString Id where fromString = T.pack
-- bei Anwendung:
{-# language OverloadedStrings #-}
foo :: Id ; foo = "bar"
```

String-Literale sind dann *überladen*  $\Rightarrow$  Compiler setzt `fromString` vor jedes (`"bar"`  $\Rightarrow$  `fromString "bar"`)

– Typeset by FoilTeX –

14

## Übung (Haskell)

- Wiederholung Haskell
  - Interpreter/Compiler: `ghci` <http://haskell.org/>
  - Funktionsaufruf nicht `f(a,b,c+d)`, sondern `f a b (c+d)`
  - Konstruktor beginnt mit Großbuchstabe und ist auch eine Funktion
- Wiederholung funktionale Programmierung/Entwurfsmuster
  - rekursiver algebraischer Datentyp (ein Typ, mehrere Konstruktoren)
  - (OO: Kompositum, ein Interface, mehrere Klassen)

– Typeset by FoilTeX –

15

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>– rekursive Funktion</li> <li>• Wiederholung Pattern Matching: <ul style="list-style-type: none"> <li>– beginnt mit <code>case ... of</code>, dann Zweige</li> <li>– jeder Zweig besteht aus Muster und Folge-Ausdruck</li> <li>– falls das Muster paßt, werden die Mustervariablen gebunden und der Folge-Ausdruck ausgewertet</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <h2>Übung (Interpreter)</h2> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Benutzung: <ul style="list-style-type: none"> <li>– Beispiel für die Verdeckung von Namen bei geschachtelten Let</li> <li>– Beispiel dafür, daß der definierte Name während seiner Definition nicht sichtbar ist</li> </ul> </li> <li>• Erweiterung: <p>Verzweigungen mit C-ähnlicher Semantik:</p> <p>Bedingung ist arithmetischer Ausdruck, verwende 0 als Falsch und alles andere als Wahr.</p> <pre>data Exp = ...         If Exp Exp Exp</pre> </li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <h2>Übung (effiziente Imp. von Bezeichnern)</h2> <ul style="list-style-type: none"> <li>• welche Operationen auf <code>Id</code> werden benötigt? <ul style="list-style-type: none"> <li>– Konstruktion (<code>fromString</code>)</li> <li>– Gleichheit</li> <li>– Ausgabe (nur für Fehlermeldungen!)</li> </ul> </li> <li>• für <code>newtype Id = Id Text deriving Eq</code>: wie teuer ist Vergleich? wie könnte man das verbessern?</li> <li>• für <code>type Env</code> und <code>extend</code> wie angegeben: wie teuer ist das Aufsuchen des Wertes eines Namens in einer Umgebung, die durch <math>n</math> geschachtelte <code>extend</code> entsteht? wie könnte man das verbessern?<br/>Hinweis: mit <code>Env</code> als Funktion: gar nicht. Welcher andere Typ könnte verwendet werden?</li> </ul> | <h2>Inferenz-Systeme</h2> <h3>Motivation</h3> <ul style="list-style-type: none"> <li>• inferieren = ableiten</li> <li>• Inferenzsystem <math>I</math>, Objekt <math>O</math>, Eigenschaft <math>I \vdash O</math> (in <math>I</math> gibt es eine Ableitung für <math>O</math>)</li> <li>• damit ist <math>I</math> eine <i>Spezifikation</i> einer Menge von Objekten</li> <li>• man ignoriert die <i>Implementierung</i> (= das Finden von Ableitungen)</li> <li>• Anwendungen im Compilerbau: <p>Auswertung von Programmen, Typisierung von Programmen</p> </li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <h3>Definition</h3> <p>ein <i>Inferenz-System</i> <math>I</math> besteht aus</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Regeln (besteht aus Prämissen, Konklusion)<br/>Schreibweise <math>\frac{P_1, \dots, P_n}{K}</math></li> <li>• Axiomen (= Regeln ohne Prämissen)</li> </ul> <p>eine <i>Ableitung</i> für <math>F</math> bzgl. <math>I</math> ist ein Baum:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• jeder Knoten ist mit einem Objekt beschriftet</li> <li>• jeder Knoten (mit Vorgängern) entspricht Regel von <math>I</math></li> <li>• Wurzel (Ziel) ist mit <math>F</math> beschriftet</li> </ul> <p>Def: <math>I \vdash F : \iff \exists I\text{-Ableitungsbaum mit Wurzel } F</math>.</p>                                                                                                     | <h3>Regel-Schemata</h3> <ul style="list-style-type: none"> <li>• um unendliche Menge zu beschreiben, benötigt man unendliche Regelmengen</li> <li>• diese möchte man endlich notieren</li> <li>• ein <i>Regel-Schema</i> beschreibt eine (mglw. unendliche) Menge von Regeln, Bsp: <math>\frac{(x, y)}{(x - y, y)}</math></li> <li>• Schema wird <i>instantiiert</i> durch Belegung der Schema-Variablen<br/>Bsp: Belegung <math>x \mapsto 13, y \mapsto 5</math><br/>ergibt Regel <math>\frac{(13, 5)}{(8, 5)}</math></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <h2>Inferenz-Systeme (Beispiel)</h2> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundbereich = Zahlenpaare <math>\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}</math></li> <li>• Axiom: <math>\overline{(13, 5)}</math></li> <li>• Regel-Schemata: <math>\frac{(x, y)}{(x - y, y)}, \frac{(x, y)}{(x, y - x)}</math></li> <li>• gilt <math>I \vdash (1, 1)</math> ?</li> <li>• Ü: Beziehung zu einem alten Algorithmus (früh im Studium, früh in der Geschichte der Menschheit)</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <h2>Primalitäts-Zertifikate</h2> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Satz: <math>p \in \mathbb{P} \iff \exists g : g \text{ ist primitive Wurzel mod } p</math>:<br/> <math>[g^0, g^1, g^2, \dots, g^{p-2}]</math> ist Permutation von <math>[1, 2, \dots, p-1]</math> <pre>let {p = 7; g = 3} in map ('mod' p) \$ take (p-1) \$ iterate (*g) 1 [1, 3, 2, 6, 4, 5]</pre> </li> <li>• Inferenzregel <math>\frac{g_1 : p_1, \dots, g_k : p_k}{g : p}</math>, falls <math>p-1 = q_1^{e_1} \dots q_k^{e_k}</math> und <math>\forall i : g^{(p-1)/q_i} \neq 1 \pmod p</math></li> <li>• Vaughan Pratt, <i>Each Prime has a Succinct Certificate</i>, SIAM J. Comp. 1975</li> <li>• es folgt <math>\mathbb{P} \in \text{NP} \cap \text{co-NP}</math>, aber <math>\mathbb{P}</math> <i>not known to be in P</i></li> <li>• Agrawal, Kayal, Saxena: <i>Primes is in P</i>, 2004</li> </ul> |

## Inferenzsystem: (aussagenlog.) Resolution

- Grundbereich: disjunktive Klauseln
- Inferenz-Regel: 
$$\frac{p_1 \vee \dots \vee p_i \vee q, \neg q \vee r_1 \vee \dots \vee r_j}{p_1 \vee \dots \vee p_i \vee r_1 \vee \dots \vee r_j}$$
- Beispiel:  $\{p \vee q, \neg q \vee r\} \vdash p \vee r$
- Def. Formel  $F$  folgt aus Formelmenge  $M$ :  $M \models F := \forall b : (\forall G \in M : \text{Wert}(G, b) = 1) \Rightarrow \text{Wert}(F, b) = 1$
- Beziehungen zw. Syntax (Resolution) und Semantik (Folgerung)
  - Resolution ist korrekt:  $(M \vdash F) \Rightarrow (M \models F)$
  - Resolution ist widerlegungsvollständig:  $(M \models \emptyset) \Rightarrow (M \vdash \emptyset)$

– Typeset by FoilTeX –

24

## Inferenz von Typen

- später implementieren wir das, als statische Analyse im Interpreter/Compiler,  
jetzt geben wir nur die Regel an: 
$$\frac{f : T_1 \rightarrow T_2, x : T_1}{fx : T_2}$$
- Bsp. für Verwendung eines Inferenzsystems: Manuel Chakravarty, Gabriele Keller, Simon Peyton Jones, Simon Marlow, *Associated Types with Class*, POPL 2005  
Absch. 4.2 (Fig. 2) Grundbereich:  $\Theta | \Gamma \vdash e : \sigma$   
means that in type environment  $\Gamma$  and instance environment  $\Theta$  the expression  $e$  has type  $\sigma$   
Bsp. für ein Regelschema: 
$$\frac{(v : \sigma) \in \Gamma}{\Theta | \Gamma \vdash v : \sigma}(\text{var})$$

– Typeset by FoilTeX –

25

## Inferenz von Werten

- Grundbereich: Aussagen  $\text{wert}(p, z)$  mit  $p \in \text{Exp}$ ,  $z \in \mathbb{Z}$   

```
data Exp = Const Integer
 | Plus Exp Exp | Times Exp Exp
```
- Axiome:  $\text{wert}(\text{Const } z, z)$
- Regeln:  
$$\frac{\text{wert}(X, a), \text{wert}(Y, b)}{\text{wert}(\text{Plus } XY, a + b)}, \quad \frac{\text{wert}(X, a), \text{wert}(Y, b)}{\text{wert}(\text{Times } XY, a \cdot b)}, \dots$$
- das ist syntaxgesteuerte Semantik:  
für jeden Konstruktor von  $p \in \text{Exp}$   
gibt es genau eine Regel mit Konklusion  $\text{wert}(p, \dots)$

– Typeset by FoilTeX –

26

## Umgebungen (Spezifikation)

- Grundbereich: Aussagen der Form  $\text{wert}(E, p, z)$   
(in Umgebung  $E$  hat Programm  $p$  den Wert  $z$ )  
Umgebungen konstruiert aus  $\emptyset$  und  $E[v := b]$
- Regeln für Operatoren 
$$\frac{\text{wert}(E, X, a), \text{wert}(E, Y, b)}{\text{wert}(E, \text{Plus } XY, a + b)}, \dots$$
- Regeln für Umgebungen 
$$\frac{}{\text{wert}(E[v := b], \text{Ref } v, b)},$$
  
$$\frac{\text{wert}(E, \text{Ref } v', b')}{\text{wert}(E[v := b], \text{Ref } v', b')} \text{ für } v \neq v'$$
- Regeln für Bindung: 
$$\frac{\text{wert}(E, X, b), \text{wert}(E[v := b], Y, c)}{\text{wert}(E, \text{let } v = X \text{ in } Y, c)}$$

– Typeset by FoilTeX –

27

## Umgebungen (Implementierung)

Umgebung ist (partielle) Funktion von Name nach Wert  
Realisierungen: `type Env = String -> Integer`  
Operationen:

- `empty :: Env` leere Umgebung
- `lookup :: Env -> String -> Integer`  
Notation:  $e(x)$
- `extend :: String -> Integer -> Env -> Env`  
Notation:  $e[v := z]$

Beispiel

```
lookup (extend "y" 4 (extend "x" 3 empty)) "x"
entspricht $(\emptyset[x := 3][y := 4])x$
```

– Typeset by FoilTeX –

28

## Aufgaben Inferenz

1. Primalitäts-Zertifikate
  - welche von 2, 4, 8 sind primitive Wurzel mod 101?
  - vollst. Primfaktorzerlegung von 100 angeben
  - ein vollst. Prim-Zertifikat für 101 angeben.
  - bestimmen Sie  $2^{(101-1)/5} \bmod 101$  von Hand  
Hinweise: 1. das sind *nicht* 20 Multiplikationen,  
2. es wird *nicht* mit riesengroßen Zahlen gerechnet.
2. Geben Sie den vollständigen Ableitungsbaum an für die Auswertung von  

```
let {x = 5} in let {y = 7} in x
```
3. warum ist aussagenlog. Resolution nicht vollständig? (es

– Typeset by FoilTeX –

29

gilt nicht:  $(M \models F) \Rightarrow (M \vdash F)$ .) Ein einfaches Gegenbeispiel reicht.

4. ein Paper aus POPL heraussuchen, das Inferenzsysteme verwendet zur Beschreibung von statischer oder dynamische Semantik einer Programmiersprache

– Typeset by FoilTeX –

30

## Semantische Bereiche

- bisher: Wert eines arithmetischen Ausdrucks ist Zahl.
- jetzt erweitern (Motivation: if-then-else mit richtigem Typ):

```
data Val = ValInt Int
 | ValBool Bool
```

- typische Verarbeitung:

```
value env x = case x of
 Plus l r ->
 case value env l of
 ValInt l ->
 case value env r of
 ValInt r ->
 ValInt (i + j)
```

– Typeset by FoilTeX –

31

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <h2 style="text-align: center;">Continuations</h2> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Programmablauf-Abstraktion durch Continuations: <pre>with_int  :: Val -&gt; (Int  -&gt; Val) -&gt; Val with_int v k = case v of   ValInt i -&gt; k i   _       -&gt; error "expected ValInt"  k ist die <i>continuation</i> (die Fortsetzung im Erfolgsfall)</pre></li> <li>• eben geschriebenen Code refaktorisieren zu: <pre>value env x = case x of   Plus l r -&gt;     with_int ( value env l ) \$ \ i -&gt;     with_int ( value env r ) \$ \ j -&gt;     ValInt ( i + j )</pre></li> </ul> | <h2 style="text-align: center;">Aufgaben</h2> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bool im Interpreter <ul style="list-style-type: none"> <li>• Boolesche Literale</li> <li>• relationale Operatoren (==, &lt;, o.ä.),</li> <li>• Inferenz-Regel(n) für Auswertung des If</li> <li>• Implementierung der Auswertung von if/then/else mit <code>with_bool</code>,</li> </ul> </li> <li>2. Striktheit der Auswertung <ul style="list-style-type: none"> <li>• einen Ausdruck <code>e :: Exp</code> angeben, für den <code>value undefined e</code> eine Exception ist (zwei mögliche Gründe: nicht gebundene Variable, Laufzeit-Typfehler)</li> <li>• mit diesem Ausdruck: diskutiere Auswertung von <code>let {x = e} in 42</code></li> </ul> </li> </ol> |
| <p>– Typeset by FoilTeX –</p> <p style="text-align: right;">32</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <h2 style="text-align: center;">Unterprogramme</h2> <h3 style="text-align: center;">Beispiele</h3> <ul style="list-style-type: none"> <li>• in verschiedenen Prog.-Sprachen gibt es verschiedene Formen von Unterprogrammen: <ul style="list-style-type: none"> <li>– Prozedur, sog. Funktion, Methode, Operator, Delegate, anonymes Unterprogramm</li> </ul> </li> <li>• allgemeinstes Modell: <ul style="list-style-type: none"> <li>– Kalkül der anonymen Funktionen (Lambda-Kalkül),</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                               |
| <p>– Typeset by FoilTeX –</p> <p style="text-align: right;">34</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p>– Typeset by FoilTeX –</p> <p style="text-align: right;">35</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <h2 style="text-align: center;">Interpreter mit Funktionen</h2> <ul style="list-style-type: none"> <li>• abstrakte Syntax: <pre>data Exp = ...     Abs { par :: Name , body :: Exp }     App { fun :: Exp  , arg :: Exp }</pre></li> <li>• konkrete Syntax: <pre>let { f = \ x -&gt; x * x } in f (f 3)</pre></li> <li>• konkrete Syntax (Alternative): <pre>let { f x = x * x } in f (f 3)</pre></li> </ul>                                                                                                                                                                                  | <h2 style="text-align: center;">Semantik (mit Funktionen)</h2> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erweitere den Bereich der Werte: <pre>data Val = ...   ValFun ( Val -&gt; Val )</pre></li> <li>• erweitere Interpreter: <pre>value :: Env -&gt; Exp -&gt; Val value env x = case x of   ...   Abs n b -&gt; _   App f a -&gt; _</pre></li> <li>• mit Hilfsfunktion <code>with_fun :: Val -&gt; ...</code></li> <li>• Testfall (in konkreter Syntax) <pre>let { x = 4 } in let { f = \ y -&gt; x * y }   in let { x = 5 } in f x</pre></li> </ul>                                                                                                                                                                                                      |
| <p>– Typeset by FoilTeX –</p> <p style="text-align: right;">38</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p>– Typeset by FoilTeX –</p> <p style="text-align: right;">39</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <h2 style="text-align: center;">3. bessere Organisation der Quelltexte</h2> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cabalisierung (Quelltexte in <code>src/</code>, Projektbeschreibungsddatei <code>cb.cabal</code>), Anwendung: <code>cabal repl</code> usw.</li> <li>• separate Module für <code>Exp</code>, <code>Env</code>, <code>Value</code>,</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <h2 style="text-align: center;">Let und Lambda</h2> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <code>let { x = A } in Q</code> kann übersetzt werden in <code>(\ x -&gt; Q) A</code></li> <li>• <code>let { x = a , y = b } in Q</code> wird übersetzt in ...</li> <li>• beachte: das ist nicht das <code>let</code> aus Haskell</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                     | <h2 style="text-align: center;">Mehrstellige Funktionen</h2> <p>... simulieren durch einstellige:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• mehrstellige Abstraktion: <pre>\ x y z -&gt; B := \x -&gt; (\y -&gt; (\z -&gt; B ))</pre></li> <li>• mehrstellige Applikation: <pre>f P Q R      := ((f P) Q) R</pre> <p>(die Applikation ist links-assoziativ)</p> </li> <li>• der Typ einer mehrstelligen Funktion: <pre>T1 -&gt; T2 -&gt; T3 -&gt; T4      :=   T1 -&gt; (T2 -&gt; (T3 -&gt; T4))</pre> <p>(der Typ-Pfeil ist rechts-assoziativ)</p> </li> </ul>                                                                                                                                                                                            |

## Semantik mit Closures

- bisher: `ValFun` ist Funktion als Datum der Gastsprache

```
value env x = case x of ...
Abs n b -> ValFun $ \ v ->
 value (extend n v env) b
App f a ->
 with_fun (value env f) $ \ g ->
 with_val (value env a) $ \ v -> g v
```

- alternativ: Closure: enthält Umgebung `env` und Code `b`

```
value env x = case x of ...
Abs n b -> ValClos env n b
App f a -> ...
```

– Typeset by FoilTeX –

40

## Closures (Spezifikation)

- Closure konstruieren (Axiom-Schema):

$$\frac{}{\text{wert}(E, \lambda n.b, \text{Clos}(E, n, b))}$$

- Closure benutzen (Regel-Schema, 3 Prämissen)

$$\frac{\text{wert}(E_1, f, \text{Clos}(E_2, n, b)), \quad \text{wert}(E_1, a, w), \text{wert}(E_2[n := w], b, r)}{\text{wert}(E_1, fa, r)}$$

- Ü: Inferenz-Baum für Auswertung des vorigen Testfalls (geschachtelte `Let`) zeichnen
- ...oder Interpreter so erweitern, daß dieser Baum ausgegeben wird

– Typeset by FoilTeX –

41

## Rekursion?

- Das geht nicht, und soll auch nicht gehen:

```
let { x = 1 + x } in x
```

- aber das hätten wir doch gern:

```
let { f = \ x -> if x > 0
 then x * f (x -1) else 1
 } in f 5
```

(nächste Woche)

- aber auch mit nicht rekursiven Funktionen kann man interessante Programme schreiben:

– Typeset by FoilTeX –

42

## Testfall (2)

```
let { t f x = f (f x) }
in let { s x = x + 1 }
 in t t t t s 0
```

- auf dem Papier den Wert bestimmen
- mit selbstgebaute Interpreter ausrechnen
- mit Haskell ausrechnen
- in JS (node) ausrechnen

– Typeset by FoilTeX –

43

## Repräsentation von Fehlern

- Fehler explizit im semantischen Bereich des Interpreters repräsentieren (anstatt als Exception der Gastsprache)

```
data Val = ... | ValErr Text
```

- strikte Semantik: `ValErr` *niemals* in Umgebung (bei `Let`-Bindung oder `UP`-Aufruf)

- Ü: realisieren durch Aufruf (an geeigneten Stellen) von

```
with_val :: Val -> (Val -> Val) -> Val
with_val v k = case v of
 ValErr _ -> v
 _ -> k v
```

– Typeset by FoilTeX –

44

## Übungen

1. eingebaute primitive Rekursion (Induktion über Peano-Zahlen):

implementieren Sie die Funktion

```
fold :: r -> (r -> r) -> N -> r
```

Testfall: `fold 1 (\x -> 2*x) 5 == 32`

durch `data Exp = .. | Fold ..` und neuen Zweig in `value`

Wie kann man damit die Fakultät implementieren?

2. alternative Implementierung von Umgebungen

- bisher `type Env = Id -> Val`

– Typeset by FoilTeX –

45

- **jetzt** `type Env = Data.Map.Map Id Val` oder `Data.HashMap`

Messung der Auswirkungen: 1. Laufzeit eines Testfalls, 2. Laufzeiten einzelner `UP`-Aufrufe (profiling)

– Typeset by FoilTeX –

46