

Compilerbau Vorlesung

Johannes Waldmann, HTWK Leipzig

WS 08–11,13,15,17,19,SS 22,24,WS 25

1 Einleitung

Beispiel: C-Compiler

- ```
int gcd (int x, int y) {
 while (y>0) { int z = x%y; x = y; y = z; }
 return x; }
```
- `gcc -S -O2 gcd.c` erzeugt `gcd.s`:  

```
.L3: movl %edx, %r8d ; cltd ; idivl %r8d
 movl %r8d, %eax ; testl %edx, %edx
 jg .L3
```

Ü: was bedeutet `cltd`, warum ist es notwendig?

Ü: welche Variable ist in welchem Register?

- identischer (!) Assembler-Code für  

```
int gcd_func (int x, int y) {
 return y > 0 ? gcd_func (y,x % y) : x;
}
```
- vollständige Quelltexte: siehe Repo
- Bsp Java-Kompilation: <https://www.imn.htwk-leipzig.de/~waldmann/etc/safe-speed/>
- Bsp Haskell-Kompilation:  
MicroHS (Lennart Augustsson, Haskell Symposium 2024, <https://github.com/augustss/MicroHs/blob/master/doc/hs2024.pdf>)

## Inhalt der Vorlesung

Konzepte von Programmiersprachen

- Semantik von einfachen (arithmetischen) Ausdrücken
- lokale Namen, • Unterprogramme (Lambda-Kalkül)
- Zustandsänderungen (imperative Prog.)
- Continuations zur Ablaufsteuerung

realisieren durch

- Interpretation, • Kompilation

Hilfsmittel:

- Theorie: Inferenzsysteme (f. Auswertung, Typisierung)
- Praxis: Haskell, Monaden (f. Auswertung, Parser)

## Einleitung: Sprachverarbeitung

- mit Interpreter:
  - Quellprogramm, Eingaben  $\xrightarrow{\text{Interpreter}}$  Ausgaben
- mit Compiler:
  - Quellprogramm  $\xrightarrow{\text{Compiler}}$  Zielprogramm
  - Eingaben  $\xrightarrow{\text{Zielprogramm}}$  Ausgaben
- Mischform:
  - Quellprogramm  $\xrightarrow{\text{Compiler}}$  Zwischenprogramm
  - Zwischenprogramm, Eingaben  $\xrightarrow{\text{virtuelle Maschine}}$  Ausgaben
- reale Maschine (CPU) ist Interpreter für Maschinensprache (Interpretation in Hardware, in Microcode)
- gemeinsam ist: syntaxgesteuerte Semantik (Ausführung oder Übersetzung)

## Literatur

- Franklyn Turbak, David Gifford, Mark Sheldon: *Design Concepts in Programming Languages*, MIT Press, 2008. <http://cs.wellesley.edu/~fturbak/>
- Guy Steele, Gerald Sussman: *Lambda: The Ultimate Imperative*, MIT AI Lab Memo AIM-353, 1976  
(the original 'lambda papers', <https://web.archive.org/web/20030603185429/http://library.readscheme.org/page1.html>)
- Alfred V. Aho, Monica S. Lam, Ravi Sethi and Jeffrey D. Ullman: *Compilers: Principles, Techniques, and Tools (2nd edition)* Addison-Wesley, 2007, <http://dragonbook.stanford.edu/>
- J. Waldmann: *Das M-Wort in der Compilerbauvorlesung*, Workshop der GI-Fachgruppe Prog. Spr. und Rechnerkonzepte, 2013 <http://www.imn.htwk-leipzig.de/~waldmann/talk/13/fg214/>

## Anwendungen von Techniken des Compilerbaus

- Implementierung höherer Programmiersprachen
- architekturspezifische Optimierungen (Parallelisierung, Speicherhierarchien)
- Entwurf neuer Architekturen (RISC, spezielle Hardware)
- Programm-Übersetzungen (Binär-Übersetzer, Hardwaresynthese, Datenbankabfragesprachen)
- Software-Werkzeuge (z.B. Refaktorisierer)
- domainspezifische Sprachen

## Organisation der Vorlesung

- pro Woche eine Vorlesung, eine Übung.
- in Vorlesung, Übung und Hausaufgaben:
  - Theorie,
  - Praxis: Quelltexte (weiter-)schreiben
- Prüfungszulassung: regelmäßiges und erfolgreiches Bearbeiten von Übungsaufgaben

- Prüfung: Klausur (120 min, keine Hilfsmittel)

Bei Interesse und nach voriger Absprache: Ersatz eines Teiles der Klausur durch vorherige Hausarbeit

z.B. Reparaturen an autotool-Aufgaben oder anderem open-source-Projekt (Ihrer Wahl), bei denen Techniken des Compilerbaus angewendet werden

### Beispiel: Interpreter f. arith. Ausdrücke

```
data Exp = Const Integer
 | Plus Exp Exp | Times Exp Exp
 deriving (Show)

ex1 :: Exp
ex1 =
 Times (Plus (Const 1) (Const 2)) (Const 3)

value :: Exp -> Integer
value x = case x of
 Const i -> i
 Plus x y -> value x + value y
 Times x y -> value x * value y
```

das ist syntax-gesteuerte Semantik:

Wert des Terms wird aus Werten der Teilterme kombiniert

### Beispiel: lokale Variablen und Umgebungen

```
data Exp = ... | Let String Exp Exp | Ref String
ex2 :: Exp
ex2 = Let "x" (Const 3)
 (Times (Ref "x") (Ref "x"))
type Env = (String -> Integer)
extend n w e = \ m -> if m == n then w else e m
value :: Env -> Exp -> Integer
value env x = case x of
 Ref n -> env n
 Let n x b -> value (extend n (value env x) env) b
 Const i -> i
 Plus x y -> value env x + value env y
 Times x y -> value env x * value env y
test2 = value (\ _ -> 42) ex2
```

## Bezeichner sind Strings — oder nicht?

- `... | Let String Exp Exp` — wirklich?
- es gilt `type String = [Char]`, also
  - einfach verkettete Liste von Zeichen
  - mit Bedarfsauswertung (lazy Konstruktoren)
- das ist
  - ineffizient (in Platz *und* Zeit)
  - egal (für unseren einfachen Anwendungsfall)
  - gefährlich (wenn man es für andere Anwendungen übernimmt)
- deswegen jetzt schon Diskussion ...
  - von alternativen Implementierungen
  - und wie man diese versteckt

## Datentypen für Folgen (von Zeichen)

- `type String = [Char]`: einfach verkettet, lazy: ist in den allermeisten Fällen unzweckmäßig
- `data Vector a: Array` (d.h., zusammenhängender Speicherbereich, deswegen effiziente Indizierung) mit kostenlosem *slicing* (Abschnitt-Bildung)
- `data ByteString: ≈ Vektor von Bytes` (d.h., für rein binären Datenaustausch)
- `data Text` (aus Modul `Data.Text`) *efficient packed, immutable Unicode text type*, (d.h., Zeichen = Bytefolge)
- `Modul Data.Text.Lazy`: lazy Liste von (strikten) Text-Abschnitten, für Stream-Verarbeitung

## Verstecken von Implementierungsdetails

- Implementierung direkt sichtbar:  
`data Exp = ... | Let Text Exp Exp`
- Verschieben der Implementierungs-Entscheidung:  
`type Id = Text; data Exp = ... | Let Id Exp Exp`  
bleibt aber sichtbar (type-Deklarationen werden bei Kompilation immer expandiert)

- Verstecken der Entscheidung: `modul Id (Id) where data Id = Id Text` exportiert wird Typ-Name, aber nicht der Konstruktor der Anwender (Importeur) von `Id` sieht `Text` nicht
- data-Deklaration mit genau einem Konstruktor: ersetzt durch `newtype Id = Id Text` dieser kostet *gar nichts* (keine Zeit, keinen Platz)

## Verwendung standardisierter Namen

- alle benötigten Funktionen (einschl. Konstruktoren) für `Id` implementieren und exportieren (es sind nicht viele)

```
eqId :: Id -> Id -> Bool; eqId (Id s) (Id t) = s == t
```

- diese spezifischen Namen will sich keiner merken  $\Rightarrow$  verwende standardisierte Typklassen, Bsp.

```
instance Eq Id where (Id s) == (Id t) = s == t
```

der Importeur von `Id` sieht den Namen `(==)` bereits, weil er in Prelude definiert ist

- wenn die Implementierung einer standardisierten Klasse eine einfache Delegation ist, kann sie vom Compiler erzeugt werden

```
newtype Id = Id Text deriving Eq
```

## Einsparung von Konstruktor-Aufrufen

- ```
-- Implementierung des Konstruktors
import qualified Data.Text as T
fromString :: String -> Id; fromString s = Id (T.pack s)
-- Anwendung:
foo :: Id ; foo = fromString "bar"
```
- der Schreibaufwand wird verringert durch

```
-- bei Implementierung:
import Data.String;
instance IsString Id where fromString = T.pack
-- bei Anwendung:
{-# language OverloadedStrings #-}
foo :: Id ; foo = "bar"
```

String-Literale sind dann *überladen* $\Rightarrow$ Compiler setzt `fromString` vor jedes `("bar"  $\Rightarrow$  fromString "bar")`

Übung (Haskell)

- Wiederholung Haskell
 - Interpreter/Compiler: `ghci` <http://haskell.org/>
 - Funktionsaufruf nicht `f (a, b, c+d)`, sondern `f a b (c+d)`
 - Konstruktor beginnt mit Großbuchstabe und ist auch eine Funktion
- Wiederholung funktionale Programmierung/Entwurfsmuster
 - rekursiver algebraischer Datentyp (ein Typ, mehrere Konstruktoren)
(OO: Kompositum, ein Interface, mehrere Klassen)
 - rekursive Funktion
- Wiederholung Pattern Matching:
 - beginnt mit `case ... of`, dann Zweige
 - jeder Zweig besteht aus Muster und Folge-Ausdruck
 - falls das Muster paßt, werden die Mustervariablen gebunden und der Folge-Ausdruck ausgewertet

Übung (Interpreter)

- Benutzung:
 - Beispiel für die Verdeckung von Namen bei geschachtelten `Let`
 - Beispiel dafür, daß der definierte Name während seiner Definition nicht sichtbar ist
- Erweiterung:
Verzweigungen mit C-ähnlicher Semantik:
Bedingung ist arithmetischer Ausdruck, verwende 0 als Falsch und alles andere als Wahr.

```
data Exp = ...  
        | If Exp Exp Exp
```

Übung (effiziente Imp. von Bezeichnern)

- welche Operationen auf `Id` werden benötigt?
 - Konstruktion (`fromString`)
 - Gleichheit
 - Ausgabe (nur für Fehlermeldungen!)
- für `newtype Id = Id Text deriving Eq`:
wie teuer ist Vergleich? wie könnte man das verbessern?
- für `type Env` und `extend` wie angegeben: wie teuer ist das Aufsuchen des Wertes eines Namens in einer Umgebung, die durch n geschachtelte `extend` entsteht?
wie könnte man das verbessern?
Hinweis: mit `Env` als Funktion: gar nicht.
Welcher andere Typ könnte verwendet werden?

2 Inferenz-Systeme

Motivation

- inferieren = ableiten
- Inferenzsystem I , Objekt O ,
Eigenschaft $I \vdash O$ (in I gibt es eine Ableitung für O)
- damit ist I eine *Spezifikation* einer Menge von Objekten
- man ignoriert die *Implementierung* (= das Finden von Ableitungen)
- Anwendungen im Compilerbau:
Auswertung von Programmen, Typisierung von Programmen

Definition

ein *Inferenz-System* I besteht aus

- Regeln (besteht aus Prämissen, Konklusion)
Schreibweise $\frac{P_1, \dots, P_n}{K}$
- Axiomen (= Regeln ohne Prämissen)

eine *Ableitung* für F bzgl. I ist ein Baum:

- jeder Knoten ist mit einem Objekt beschriftet
- jeder Knoten (mit Vorgängern) entspricht Regel von I
- Wurzel (Ziel) ist mit F beschriftet

Def: $I \vdash F : \iff \exists I\text{-Ableitungsbaum mit Wurzel } F$.

Regel-Schemata

- um unendliche Menge zu beschreiben, benötigt man unendliche Regelmengen
- diese möchte man endlich notieren
- ein *Regel-Schema* beschreibt eine (mglw. unendliche) Menge von Regeln, Bsp: $\frac{(x, y)}{(x - y, y)}$
- Schema wird *instantiiert* durch Belegung der Schema-Variablen
Bsp: Belegung $x \mapsto 13, y \mapsto 5$
ergibt Regel $\frac{(13, 5)}{(8, 5)}$

Inferenz-Systeme (Beispiel)

- Grundbereich = Zahlenpaare $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$
- Axiom: $\overline{(13, 5)}$
- Regel-Schemata: $\frac{(x, y)}{(x - y, y)}, \quad \frac{(x, y)}{(x, y - x)}$
- gilt $I \vdash (1, 1)$?
- Ü: Beziehung zu einem alten Algorithmus (früh im Studium, früh in der Geschichte der Menschheit)

Primalitäts-Zertifikate

- Satz: $p \in \iff \exists g : g \text{ ist primitive Wurzel mod } p$:
 $[g^0, g^1, g^2, \dots, g^{p-2}]$ ist Permutation von $[1, 2, \dots, p-1]$

```
let {p = 7; g = 3}
in map (`mod` p) $ take (p-1) $ iterate (*g) 1
[1, 3, 2, 6, 4, 5]
```
- Inferenzregel $\frac{g_1 : p_1, \dots, g_k : p_k}{g : p}$,
falls $p-1 = q_1^{e_1} \dots q_k^{e_k}$ und $\forall i : g^{(p-1)/q_i} \neq 1 \pmod p$
- Vaughan Pratt, *Each Prime has a Succinct Certificate*, SIAM J. Comp. 1975
- es folgt $\in \text{NP} \cap \text{co-NP}$, aber *not known to be in P*
- Agrawal, Kayal, Saxena: *Primes is in P*, 2004

Inferenzsystem: (aussagenlog.) Resolution

- Grundbereich: disjunktive Klauseln
- Inferenz-Regel: $\frac{p_1 \vee \dots \vee p_i \vee q, \neg q \vee r_1 \vee \dots \vee r_j}{p_1 \vee \dots \vee p_i \vee r_1 \vee \dots \vee r_j}$
- Beispiel: $\{p \vee q, \neg q \vee r\} \vdash p \vee r$
- Def. Formel F folgt aus Formelmenge M : $M \models F :=$
 $\forall b : (\forall G \in M : \text{Wert}(G, b) = 1) \Rightarrow \text{Wert}(F, b) = 1$
- Beziehungen zw. Syntax (Resolution) und Semantik (Folgerung)
 - Resolution ist korrekt: $(M \vdash F) \Rightarrow (M \models F)$
 - Resolution ist widerlegungsvollständig: $(M \models \emptyset) \Rightarrow (M \vdash \emptyset)$

Inferenz von Typen

- später implementieren wir das, als statische Analyse im Interpreter/Compiler,
jetzt geben wir nur die Regel an: $\frac{f : T_1 \rightarrow T_2, x : T_1}{fx : T_2}$

- Bsp. für Verwendung eines Inferenzsystems: Manuel Chakravarty, Gabriele Keller, Simon Peyton Jones, Simon Marlow, *Associated Types with Class*, POPL 2005

Absch. 4.2 (Fig. 2) Grundbereich: $\Theta | \Gamma \vdash e : \sigma$

means that in type environment Γ and instance environment Θ the expression e has type σ

Bsp. für ein Regelschema: $\frac{(v : \sigma) \in \Gamma}{\Theta | \Gamma \vdash v : \sigma}(\text{var})$

Inferenz von Werten

- Grundbereich: Aussagen $\text{wert}(p, z)$ mit $p \in \text{Exp}$, $z \in \mathbb{Z}$

```
data Exp = Const Integer
        | Plus Exp Exp | Times Exp Exp
```

- Axiome: $\text{wert}(\text{Const } z, z)$

- Regeln:

$$\frac{\text{wert}(X, a), \text{wert}(Y, b)}{\text{wert}(\text{Plus } X \ Y, a + b)}, \quad \frac{\text{wert}(X, a), \text{wert}(Y, b)}{\text{wert}(\text{Times } X \ Y, a \cdot b)}, \dots$$

- das ist syntaxgesteuerte Semantik:

für jeden Konstruktor von $p \in \text{Exp}$ gibt es genau eine Regel mit Konklusion $\text{wert}(p, \dots)$

Umgebungen (Spezifikation)

- Grundbereich: Aussagen der Form $\text{wert}(E, p, z)$

(in Umgebung E hat Programm p den Wert z)

Umgebungen konstruiert aus $\emptyset$ und $E[v := b]$

- Regeln für Operatoren $\frac{\text{wert}(E, X, a), \text{wert}(E, Y, b)}{\text{wert}(E, \text{Plus } X \ Y, a + b)}, \dots$

- Regeln für Umgebungen $\frac{}{\text{wert}(E[v := b], \text{Ref } v, b)}$,

$$\frac{\text{wert}(E, \text{Ref } v', b')}{\text{wert}(E[v := b], \text{Ref } v', b')} \text{ für } v \neq v'$$

- Regeln für Bindung: $\frac{\text{wert}(E, X, b), \text{wert}(E[v := b], Y, c)}{\text{wert}(E, \text{let } v = X \text{ in } Y, c)}$

Umgebungen (Implementierung)

Umgebung ist (partielle) Funktion von Name nach Wert

Realisierungen: `type Env = String -> Integer`

Operationen:

- `empty :: Env` leere Umgebung
- `lookup :: Env -> String -> Integer`
Notation: $e(x)$
- `extend :: String -> Integer -> Env -> Env`
Notation: $e[v := z]$

Beispiel

```
lookup (extend "y" 4 (extend "x" 3 empty)) "x"
```

entspricht $(\emptyset[x := 3][y := 4])x$

Aufgaben Inferenz

1. Primalitäts-Zertifikate

- welche von 2, 4, 8 sind primitive Wurzel mod 101?
- vollst. Primfaktorzerlegung von 100 angeben
- ein vollst. Prim-Zertifikat für 101 angeben.
- bestimmen Sie $2^{(101-1)/5} \bmod 101$ von Hand
Hinweise: 1. das sind *nicht* 20 Multiplikationen,
2. es wird *nicht* mit riesengroßen Zahlen gerechnet.

2. Geben Sie den vollständigen Ableitungsbaum an für die Auswertung von

```
let {x = 5} in let {y = 7} in x
```

- ### 3. warum ist aussagenlog. Resolution nicht vollständig? (es gilt nicht: $(M \models F) \Rightarrow (M \vdash F)$.) Ein einfaches Gegenbeispiel reicht.
- ### 4. ein Paper aus POPL heraussuchen, das Inferenzsysteme verwendet zur Beschreibung von statischer oder dynamische Semantik einer Programmiersprache

Semantische Bereiche

- bisher: Wert eines arithmetischen Ausdrucks ist Zahl.
- jetzt erweitern (Motivation: if-then-else mit richtigem Typ):

```
data Val = ValInt Int
         | ValBool Bool
```

- typische Verarbeitung:

```
value env x = case x of
  Plus l r ->
    case value env l of
      ValInt l ->
        case value env r of
          ValInt r ->
            ValInt ( i + j )
```

Continuations

- Programmablauf-Abstraktion durch Continuations:

```
with_int  :: Val -> (Int  -> Val) -> Val
with_int v k = case v of
  ValInt i -> k i
  _ -> error "expected ValInt"
```

k ist die *continuation* (die Fortsetzung im Erfolgsfall)

- eben geschriebenen Code refaktorisieren zu:

```
value env x = case x of
  Plus l r ->
    with_int ( value env l ) $ \ i ->
      with_int ( value env r ) $ \ j ->
        ValInt ( i + j )
```

Aufgaben

1. Bool im Interpreter

- Boolesche Literale
- relationale Operatoren (`==`, `<`, o.ä.),
- Inferenz-Regel(n) für Auswertung des `If`
- Implementierung der Auswertung von `if/then/else` mit `with_bool`,

2. Striktheit der Auswertung

- einen Ausdruck `e :: Exp` angeben, für den `value undefined e` eine Exception ist (zwei mögliche Gründe: nicht gebundene Variable, Laufzeit-Typfehler)
- mit diesem Ausdruck: diskutiere Auswertung von `let {x = e} in 42`

3. bessere Organisation der Quelltexte

- Cabalisierung (Quelltexte in `src/`, Projektbeschreibungsddatei `cb.cabal`), Anwendung: `cabal repl` usw.
- separate Module für `Exp`, `Env`, `Value`,

3 Unterprogramme

Beispiele

- in verschiedenen Prog.-Sprachen gibt es verschiedene Formen von Unterprogrammen:
 - Prozedur, sog. Funktion, Methode, Operator, Delegate, anonymes Unterprogramm
- allgemeinstes Modell:
 - Kalkül der anonymen Funktionen (Lambda-Kalkül),

Interpreter mit Funktionen

- abstrakte Syntax:

```
data Exp = ...  
  | Abs { par :: Name , body :: Exp }  
  | App { fun :: Exp , arg :: Exp }
```

- konkrete Syntax:

```
let { f = \ x -> x * x } in f (f 3)
```

- konkrete Syntax (Alternative):

```
let { f x = x * x } in f (f 3)
```

Semantik (mit Funktionen)

- erweitere den Bereich der Werte:

```
data Val = ... | ValFun ( Val -> Val )
```

- erweitere Interpreter:

```
value :: Env -> Exp -> Val  
value env x = case x of  
  ... | Abs n b -> _ | App f a -> _
```

- mit Hilfsfunktion `with_fun :: Val -> ...`

- Testfall (in konkreter Syntax)

```
let { x = 4 } in let { f = \ y -> x * y }  
  in let { x = 5 } in f x
```

Let und Lambda

- `let { x = A } in Q`

kann übersetzt werden in

```
(\ x -> Q) A
```

- `let { x = a , y = b } in Q`

wird übersetzt in ...

- beachte: das ist nicht das `let` aus Haskell

Mehrstellige Funktionen

... simulieren durch einstellige:

- mehrstellige Abstraktion:

$$\lambda x y z . z \rightarrow B := \lambda x . \rightarrow (\lambda y . \rightarrow (\lambda z . \rightarrow B))$$

- mehrstellige Applikation:

$$f P Q R := ((f P) Q) R$$

(die Applikation ist links-assoziativ)

- der Typ einer mehrstelligen Funktion:

$$T1 \rightarrow T2 \rightarrow T3 \rightarrow T4 := \\ T1 \rightarrow (T2 \rightarrow (T3 \rightarrow T4))$$

(der Typ-Pfeil ist rechts-assoziativ)

Semantik mit Closures

- bisher: ValFun ist Funktion als Datum der Gastsprache

```
value env x = case x of ...
  Abs n b -> ValFun $ \ v ->
    value (extend n v env) b
  App f a ->
    with_fun ( value env f ) $ \ g ->
      with_val ( value env a ) $ \ v -> g v
```

- alternativ: Closure: enthält Umgebung env und Code b

```
value env x = case x of ...
  Abs n b -> ValClos env n b
  App f a -> ...
```

Closures (Spezifikation)

- Closure konstruieren (Axiom-Schema):

$$\overline{\text{wert}(E, \lambda n.b, \text{Clos}(E, n, b))}$$

- Closure benutzen (Regel-Schema, 3 Prämissen)

$$\frac{\begin{array}{c} \text{wert}(E_1, f, \text{Clos}(E_2, n, b)), \\ \text{wert}(E_1, a, w), \text{wert}(E_2[n := w], b, r) \end{array}}{\text{wert}(E_1, fa, r)}$$

- Ü: Inferenz-Baum für Auswertung des vorigen Testfalls (geschachtelte Let) zeichnen
- ...oder Interpreter so erweitern, daß dieser Baum ausgegeben wird

Rekursion?

- Das geht nicht, und soll auch nicht gehen:

```
let { x = 1 + x } in x
```

- aber das hätten wir doch gern:

```
let { f = \ x -> if x > 0
              then x * f (x -1) else 1
    } in f 5
```

(nächste Woche)

- aber auch mit nicht rekursiven Funktionen kann man interessante Programme schreiben:

Testfall (2)

```
let { t f x = f (f x) }
in let { s x = x + 1 }
    in t t t t s 0
```

- auf dem Papier den Wert bestimmen

- mit selbstgebaute Interpretier ausrechnen
- mit Haskell ausrechnen
- in JS (node) ausrechnen

Repräsentation von Fehlern

- Fehler explizit im semantischen Bereich des Interpreters repräsentieren (anstatt als Exception der Gastsprache)

```
data Val = ... | ValErr Text
```

- strikte Semantik: `ValErr` *niemals* in Umgebung (bei Let-Bindung oder UP-Aufruf)
- Ü: realisieren durch Aufruf (an geeigneten Stellen) von

```
with_val :: Val -> (Val -> Val) -> Val
with_val v k = case v of
  ValErr _ -> v
  _ -> k v
```

Übungen

1. eingebaute primitive Rekursion (Induktion über Peano-Zahlen):

implementieren Sie die Funktion `fold :: r -> (r -> r) -> N -> r`

Testfall: `fold 1 (\x -> 2*x) 5 == 32`

durch `data Exp = .. | Fold ..` und neuen Zweig in `value`

Wie kann man damit die Fakultät implementieren?

2. alternative Implementierung von Umgebungen

- bisher `type Env = Id -> Val`
- jetzt `type Env = Data.Map.Map Id Val` oder `Data.HashMap`

Messung der Auswirkungen: 1. Laufzeit eines Testfalls, 2. Laufzeiten einzelner UP-Aufrufe (profiling)