Id: titel.tex,v 1.1 2002/12/17 09:05:11 joe Exp

Falt-Folgen, Rudin-Shapiro-Polynome, und Sterne

Johannes Waldmann, Institut für Informatik, Uni Leipzig

Id: falt.tex,v 1.1 2002/12/17 09:05:11 joe Exp

Die Falt-Folge

$L, LLR, LLRLLRR, LLRLLRRLLLRRLRR, \ldots$

$z_0 = L$, $z_{k+1} = z_k \cdot L \cdot \text{flip (reverse } z_k)$, $z = \lim z_k$

$z(2n+1) = \text{if } 2|n \text{ then } L \text{ else } R$, $z(2n) = z(n)$

ist 2-automatische Folge

Id: hom.tex,v 1.1 2002/12/17 09:05:11 joe Exp

Darstellung durch HD0L-System

$z(0) := L$, dann $z = \text{drop } h^\omega(L^g)$ für

$h : L^g \mapsto L^g L^u, L^u \mapsto L^g R^u, R^g \mapsto R^g L^u, R^u \mapsto R^g R^u.$

Kombinatorische Eigenschaften

z enthält keine langen Quadrate, keine langen Palindrome

Id: partial.tex,v 1.1 2002/12/17 09:05:11 joe Exp

Partialprodukte von z

$L \mapsto +1, R \mapsto -1$, $v(n) := z(0) \cdot \ldots \cdot z(n)$

```
z = +++- ++-- +++- -+-- +++- ++-- -++- -+-- ...
v = +++- --+- ---+ --+- ---+ ++-+ ---+ --+- ...
```

mit $v_k = v(0) \ldots v(2^k - 1), v'_k = v(2^k) \ldots v(2^{k+1} - 1)$
gilt: $v_1 = {+}{+}, v'_1 = {+}{-}$, $v_{k+1} = v_k \cdot v'_k$, $v'_{k+1} = \text{flip } v_k \cdot v'_k$

Rudin-Shapiro-Polynome

$$
\begin{aligned}
v_1 &= \text{++}, & v_1' &= \text{+-}, \\
v_{k+1} &= v_k \cdot v_k', & v_{k+1}' &= \text{flip } v_k \cdot v_k' \\
p_1(x) &= 1 + x, & p_1'(x) &= 1 - x \\
p_{k+1}(x) &= p_k(x) + x^{2^k} p_k'(x), & p_{k+1}'(x) &= -p_k(x) + x^{2^k} p_k'(x)
\end{aligned}
$$

Satz (Rudin 1959, Shapiro 1951):

$$\exists c : \forall k : \sup_{z \in \mathbb{C}, |z| \le 1} |p_k(z)| \le c\sqrt{2^k}.$$

wähle $z = re^{\theta i} = r(\cos\theta + i \sin\theta)$, zeichne $p(z)$ als Polygonzug.